JAN 24 1924

Physikalische Zeitschrift

Begründet von **E. Riecke** und **H. Th. Simon**

Herausgeber:
Professor Dr. **M. Born** und
Professor Dr. **P. Debye**

Schriftleiter:
Dr. **Hans Küstner** in Göttingen

Die Physikalische Zeitschrift erscheint monatlich zweimal im Umfange von zwei bis vier Bogen und wird nummernweis für Goldmark 1.20 postfrei geliefert. Für das Ausland beträgt der Preis 9 schweiz. Frcs. vierteljährlich. Bestellungen nehmen jede Buchhandlung sowie die Verlagsbuchhandlung entgegen. Anzeigen werden für die einmal gespaltene Millimeterzeile mit Goldmark —.15, Beilagen mit Goldmark M. 6.— für je Tausend berechnet.

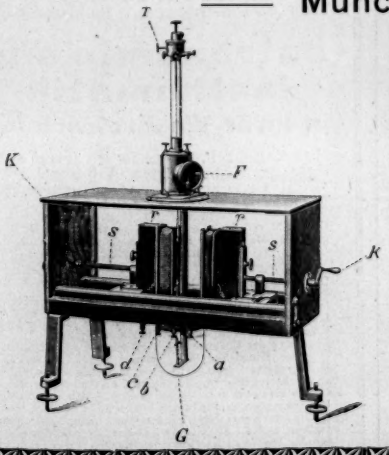
Alle Manuskriptsendungen und darauf bezügliche Zuschriften sind zu richten entweder an die Herausgeber: Professor Dr. M. Born, Göttingen, Planckstraße 21, und Professor Dr. P. Debye, Zürich, Physikgebäude, Gloriastr. 35 oder an die Schriftleitung: Dr. Hans Küstner, Göttingen, Bunsenstraße 9, Physikalisches Institut der Universität, alle Büchersendungen und Anzeigenaufträge an den

Verlag von **S. Hirzel** in Leipzig, Königstraße 2.

No. 20. Leipzig, 15. Oktober 1923. No. 648. Printed in Germany. **24. Jahrgang.**

Phys.-mech. Institut von Prof. Dr. M. Th. Edelmann & Sohn,

München.



Hochempfindliches Spiegel-Dynamometer.

Katalog 30 erschienen und ebenso wie Spezialliste No. 29 über Saitengalvanometer und Registrierapparate, Spezialliste No. 31 über einfache Präzisionsschulapparate gratis und franko.

Inhaltsverzeichnis:

(B. = Besprechungen.)

Seite

Atombau: Schwierigkeiten in der Quantentheorie des —, besonders magnetischer Art, v. A. Landé . . . 441
Axiomatik: Der Sinn der physikalischen —, v. A. Müller . . . 444
Benedicks-Effekt: Das Verschwinden des — im Vakuum, v. E. Rumpf . . . 437
Feuerfeste und hochfeuerfeste Stoffe, v. R. Schwarz. (B.) . . . 452
Flugtechniker: Taschenbuch für — und Luftschiffer, v. Moedebeck. (B.) . . . 452
Fluoreszenz: Über sensibilisierte — von Gasen, v. J. Franck . . . 450
Franck, J., Über sensibilisierte Fluoreszenz von Gasen 450
Gase: Über sensibilisierte Fluoreszenz von — v. J. Franck . . . 450
Geophysik: Einführung in die — v. A. Prey, C. Mainka, E. Tams. (B.) . . . 451

Seite

Gumprich, A., Experimentelle Prüfung der Oseenschen Theorie des natürlichen Drehungsvermögens optisch aktiver Lösungen . . . 434
Hochfeuerfeste und feuerfeste Stoffe, v. R. Schwarz. (B.) 452
Kar, K. C., Über „spontane Schwankungen" in der Physik . . . 429
Landé, A., Schwierigkeiten in der Quantentheorie des Atombaues, besonders magnetischer Art . . . 441
Luftschiffer: Taschenbuch für Flugtechniker und —, v. Moedebeck. (B.) . . . 452
Mainka, C., A. Prey, E. Tams, Einführung in die Geophysik. (B.) . . . 451
Moedebecks Taschenbuch für Flugtechniker und Luftschiffer. (B.) . . . 452
Müller, A., Der Sinn der physikalischen Axiomatik . 444
Oseensche Theorie: Experimentelle Prüfung der — des natürlichen Drehungsvermögens optisch aktiver Lösungen, v. A. Gumprich . . . 434
Physik: Über „spontane Schwankungen" in der Physik, v. K. C. Kar . . . 429
Prey, A., C. Mainka, E. Tams, Einführung in die Geophysik. (B.) . . . 451
Quantentheorie: Schwierigkeiten in der — des Atombaues, besonders magnetischer Art, v. A. Landé . 441
v. Raschevsky, N., Die Relativitätstheorie als eine der möglichen mathematischen Darstellungen der physikalischen Erscheinungen . . . 438
Relativitätstheorie: Die — als eine der möglichen mathematischen Darstellungen der physikalischen Erscheinungen, v. N. v. Raschevsky . . . 438
Rumpf, E., Das Verschwinden des Benedicks-Effektes im Vakuum . . . 437
Schwarz, R., Feuerfeste und hochfeuerfeste Stoffe. (B.) 452
Tams, E., A. Prey, C. Mainka, Einführung in die Geophysik. (B.) . . . 451

Zu verkaufen!

1 Influenzmaschine mit Experimentierkasten

fast neu.

Angebote unter **S. H. 619** an den Verlag der Physikalischen Zeitschrift (S. Hirzel) in Leipzig, Königstraße 2, erbeten.

S. HIRZEL IN LEIPZIG

Dr. Hans v. Mangoldt, Dr. ing.

Geheimer Regierungsrat und Professor der Mathematik an der Technischen Hochschule zu Danzig

Einführung in die höhere Mathematik

für Studierende und zum Selbststudium

1. Band: Anfangsgründe der Infinitesimalrechnung und der analytischen Geometrie. Mit 132 Figuren. (XVII u. 485 S. m. Reg.) Groß-8°. 4. Auflage 1923.

2. Band: Differentialrechnung. Mit 99 Fig. (XII u. 531 S. m. Reg.) Groß-8°. 3. Auflage 1921.

3. Band: Integralrechnung. Mit 115 Fig. (XII u. 571 S. m. Reg.) Groß-8°. 3. Auflage 1922.

Jeder Band Grundz. geh. M. 8.—, geb. M. 12.—. Grundzahl mal Schlüsselzahl des Börsenvereins D. B. ergibt den Markpreis. Für das Ausland ist Grundzahl = schweiz. Frc. 1.25.

S. HIRZEL IN LEIPZIG

Dr. Leon Lichtenstein

o. ö. Professor der Mathematik a. d. Universität Leipzig

Astronomie und Mathematik

in ihrer Wechselwirkung

Mathematische Probleme in der Theorie der Figur der Himmelskörper. VII u. 97 Seiten. Oktav mit Marginalien. 1923.

Grundzahl geh. M. 8.—. Grundzahl mal Schlüsselzahl des Börsenvereins D. B. ergibt den Markpreis. Für das Ausland ist Grundzahl = schweiz. Frc. 1.25.

Das vorliegende Buch ist eine stark erweiterte Wiedergabe der Antrittsvorlesung, die der Verfasser anläßlich der Übernahme eines Lehrstuhls für Mathematik an der Universität Leipzig im Sommersemester 1922 gehalten hat. Die beiden ersten Kapitel — allgemeinverständlich gehalten — sind der Bewegung der Gestirne sowie der Figur und der Entwicklung der Himmelskörper gewidmet und dürften auch bei Laien regstes Interesse finden. Das dritte Kapitel, das später hinzugefügt wurde, enthält mathematische Ergänzungen zum zweiten. Hierbei handelt es sich um klassische Problemstellungen, die in den letzten 40 Jahren Gegenstand der Bemühungen zahlreicher Mathematiker und Astronomen bildeten und die noch lange Zeit das Interesse der wissenschaftlichen Welt beanspruchen dürften. Das Buch wird auch Fachgelehrten manches Neue bringen.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 20. 15. Oktober 1923. Redaktionsschluß für No. 22 am 5. November 1923. 24. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:

K. C. Kar, Über „spontane Schwankungen" in der Physik. S. 429.

A. Gumprich, Experimentelle Prüfung der Oseenschen Theorie des natürlichen Drehungsvermögens optisch aktiver Lösungen. S. 434.

Vorträge und Diskussionen des deutschen Physikertages in Bonn vom 16.—22. September 1923:

E. Rumpf, Das Verschwinden des Benedicks-Effektes im Vakuum. S. 437.

N. v. Raschevsky, Die Relativitätstheorie als eine der möglichen mathematischen Darstellungen der physikalischen Erscheinungen. S. 438.

A. Landé, Schwierigkeiten in der Quantentheorie des Atombaues, besonders magnetischer Art. S. 441.

A. Müller, Der Sinn der physikalischen Axiomatik. S. 444.

J. Franck, Über sensibilisierte Fluoreszenz von Gasen. S. 450.

Besprechungen:

A. Prey, C. Mainka, E. Tams, Einführung in die Geophysik. S. 451.

Moedebecks Taschenbuch für Flugtechniker und Luftschiffer. S. 452.

R. Schwarz, Feuerfeste und hochfeuerfeste Stoffe. S. 452.

Personalien. S. 452.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über „spontane Schwankungen" in der Physik.

Von K. C. Kar.

I.

Die Theorie der Dichteschwankungen ist zuerst von M. v. Smoluchowski[1]) auf Grund einer sehr geistreichen Anwendung eines Satzes von Einstein entwickelt worden. F. v. Hauer[2]) gelang später die Berechnung der Temperaturschwankung eines idealen Gases. Andere Typen von Schwankungen wurden von M. v. Laue[3]) und R. Fürth[4]) in dieser Zeitschrift betrachtet. Es ist bemerkenswert, daß man diese Schwankungen sämtlich mit Hilfe der bekannten Entropieformel von Frank[5])

$$S = S_0 - \frac{1}{2}\left[C\left(\frac{T-T_0}{T_0}\right)^2 + R\left(\frac{\varrho-\varrho_0}{\varrho_0}\right)^2\right]$$

herleiten kann, worin S_0 die Entropie im Normalzustand, C die spezifische Wärme bei konstantem Volumen, R die absolute Gaskonstante, T und ϱ die Temperatur und Dichte eines Volumelements des Gases, T_0 und ϱ_0 die räumlichen Mittelwerte dieser Größen bedeuten. Die Querstriche bezeichnen ebenfalls räumliche Mittelung über alle Volumelemente.

Für das gesamte mittlere Schwankungsquadrat einer Größe α, die von ϱ und T abhängt, erhält man[6])

$$\overline{\delta_\alpha^2} = \frac{kT_0}{\varrho_0 {\alpha_0}^2 \Delta v}\left[\frac{{\varrho_0}^2}{\left(\frac{\partial p}{\partial \varrho}\right)}\left(\frac{\partial \alpha}{\partial \varrho}\right)^2 + \frac{T_0}{c_v}\left(\frac{\partial \alpha}{\partial T}\right)^2\right], \quad (1)$$

worin alle genannten Fälle enthalten sind, nämlich:

a) Die isothermen Dichteschwankungen von Smoluchowski erhält man für

$$\alpha = \varrho, \quad \frac{\partial \alpha}{\partial \varrho} = 1, \quad \frac{\partial \alpha}{\partial T} = 0.$$

Dann wird

$$\left(\overline{\delta_\varrho^2}\right)_T = \frac{kT_0}{\varrho_0 \left(\frac{\partial p}{\partial \varrho}\right) \Delta v} = -\frac{kT_0}{v_0 \left(\frac{\partial p}{\partial v}\right) \Delta v}.$$[1])

Ist die Substanz ein ideales Gas, so wird

$$\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_0 = -\frac{1}{{v_0}^2} RT_0$$

und daher

$$\left(\overline{\delta_\varrho^2}\right)_T = \frac{1}{n}, \quad (2)$$

wo n die Anzahl der Moleküle bedeutet.

Ersetzt man in (1) α der Reihe nach durch T, p und U, so erhält man auf ähnlichem Wege:

b) die Temperaturschwankungen von Hauer

$$\left(\overline{\delta_T^2}\right)_v = \frac{2}{3n}, \quad (3)$$

c) die Druckschwankungen von Fürth

$$\overline{\delta_p^2} = \frac{\varkappa}{n}, \text{ wo } \varkappa = \frac{c_\varrho}{c_v}, \quad (4)$$

1) $\left(\overline{\delta_\alpha^2}\right)_\beta$ bedeutet das mittlere relative Schwankungsquadrat der Größe α bei konstantem β, oder die partielle Schwankung von α und $\overline{\delta_\alpha^2}$ das totale Schwankungsquadrat von α.

1) M. v. Smoluchowski, Ann. d. Phys. **25**, 205, 1908.

2) F. Hauer, Ann. d. Phys. **47**, 365, 1915.

3) M. v. Laue, diese Zeitschr. **18**, 542, 1917; siehe auch R. Fürth, Schwankungserscheinungen in der Physik, S. 57. Braunschweig 1920.

4) R. Fürth, diese Zeitschr. **20**, 350, 1919.

5) Ph. Frank, Naturw. Zeitschr. „Lotos", S. 64, Prag 1916.

6) R. Fürth, Schwankungserscheinungen in der Physik, S. 55; siehe auch H. A. Lorentz, Les Théories statistiques en Thermodynamique, S. 94.

d) die Energieschwankungen von Laue

$$\overline{\delta_U^2} = \frac{kT_0 v_0}{\Delta v U_0^2} \left| \frac{\left(\frac{\partial U}{\partial v}\right)^2}{-\frac{\partial p}{\partial v}} + c_v T_0 \right| . \quad (5)$$

wo U_0 die Energie des Teilvolumens bedeutet.

Man kann alle diese Formeln auch noch auf andere Weise[1]) begründen. Im Folgenden soll gezeigt werden, daß man sie sehr einfach mit Hilfe der Formel für die kanonische Verteilung erhalten kann.

Kanonische Gesamtheit.

Eine Gesamtheit, die streng auf die Energiefläche $U = U_0$ beschränkt ist, nennt man nach Gibbs eine „mikrokanonische Gesamtheit". Es wird aber für das Resultat gleichgültig sein, ob wir den zu betrachtenden Systemen der Gesamtheit exakt die Energie U_0 zuschreiben, oder ob wir ihnen ein kleines Energieintervall zwischen U_0 und $U_0 + dU_0$ zubilligen; das Ergebnis wird dadurch nur um kleine Größen höherer Ordnung geändert. Es ist dann im ganzen Phasenraum die Phasendichte $\varepsilon = 0$, mit Ausnahme der Schale zwischen U_0 und $U_0 + dU_0$, wo ε unstetig auf die konstante Phasendichte ε_0 springt.

Unter einer „kanonischen Gesamtheit" versteht man hingegen bekanntlich eine solche, bei der jedem Punkte des Phasenraumes eine endliche und von Null verschiedene Dichte zugeschrieben wird, derart, daß die Dichteverteilung eine stetige ist, U auf der betrachteten Energiefläche U_0 ein Maximum hat und auf beiden Seiten rasch nach einer Exponentialfunktion abnimmt. Das betrachtete System wird dann nicht exakt auf der Energiefläche bleiben, sondern sich im Laufe der Zeit mehr oder weniger von ihr entfernen, indem seine Energie um den Wert $U = U_0$ schwankt, wobei die relative Häufigkeit dieser Schwankungen durch die Phasendichte gemessen wird. Diese „Dispersion" der Phasendichte um ihren Maximalwert wird hervorgebracht durch Schwankungen der Lage- und Geschwindigkeitskoordinaten der einzelnen Bestandteile des betrachteten Systems. Den Energieschwankungen bei konstantem Volumen entspricht dabei offenbar die Dispersion des Phasenraumes bei konstanten Lagekoordinaten, den Energieschwankungen bei konstanter Temperatur, die Dispersion bei konstanten Geschwindigkeitskoordinaten.

1) H. A. Lorentz, Les théories statistiques en Thermodynamique, S. 38; Darwin u. Fowler, Phil. Mag., September 1922 usw.

Temperaturschwankungen bei konstantem Volumen.

Bezeichnen wir die Energie eines beliebigen Systems der kanonischen Gesamtheit mit U, ihren Mittelwert mit $\overline{U}$, so ist

$$U = \overline{U} + \xi , \quad (6)$$

wo ξ die Abweichung der Energie U von ihrem Mittelwert $\overline{U}$ bedeutet. ξ hat natürlich mit gleicher Wahrscheinlichkeit positive und negative Werte, so daß die „mittlere Abweichung"

$$\overline{\xi} = 0$$

ist; dagegen ist das „mittlere Abweichungsquadrat" $\overline{\xi^2}$ von Null verschieden.

Nach (6) haben wir

$$U^2 = (\overline{U})^2 + \xi^2 + 2\xi \cdot \overline{U} . \quad (7)$$

Dann ist die Dispersion in der kanonischen Verteilung[1])

$$\delta_U^2 = \frac{\overline{\xi^2}}{(\overline{U})^2} = \frac{\overline{U^2} - (\overline{U})^2}{(\overline{U})^2} .$$

Wir nehmen nun hier und im folgenden an, daß das betrachtete physikalische System ein sehr kleiner Teil einer großen Gesamtheit sei, mit der das System in statistischem Gleichgewichte steht. Dem System und der Gesamtheit kommt die gleiche mittlere Energie $\overline{U}$ zu, so wie auch die Mittelwerte aller beobachtbaren physikalischen Parameter für beide identisch sind. Das System möge wegen seiner Kleinheit die Eigenschaft haben, daß ihm in allen seinen Teilen die gleichen Werte der Energie, des Druckes, der Dichte, der Temperatur usw. zukommen.

Es werden daher bei konstantem Volumen die relativen Schwankungen von Energie und Temperatur gleich groß sein, also

$$(\overline{\delta_U^2})_v = (\overline{\delta_T^2})_v . \quad (8)$$

Daraus folgt

$$(\overline{\delta_U^2})_v = \left(\frac{\overline{U^2} - (\overline{U})^2}{(\overline{U})^2} \right)_v . \quad (9)$$

Die Mittelwerte der Energie und ihres Quadrates ergeben sich aus der Formel für die kanonische Gesamtheit bei konstantem Lagenraum zu

$$(\overline{U})_v = \frac{\int U e^{-\frac{U}{\Theta}} \Delta\tau_p}{\int e^{-\frac{U}{\Theta}} \Delta\tau_p} ,$$

$$(\overline{U^2})_v = \frac{\int U^2 e^{-\frac{U}{\Theta}} \Delta\tau_p}{\int e^{-\frac{U}{\Theta}} \Delta\tau_p} , \quad (10)$$

1) l. c.

wo

$$\Delta\tau = (\Delta q_1 \dots \Delta q_{nf})\,(\Delta p_1 \dots \Delta p_{nf}) = \Delta\tau_q \cdot \Delta\tau_p.$$

Setzen wir $\frac{1}{\Theta} = x$, so ergibt sich

$$\int e^{-\frac{U}{\Theta}}\,\Delta\tau_p = \int e^{-Ux}\,\Delta\tau_p = J, \qquad (11)$$

woraus mit Rücksicht auf (10) folgt

$$\left.\begin{aligned} \overline{U} &= -\frac{1}{J}\frac{dJ}{dx}, \\ \overline{U^2} &= \frac{1}{J}\frac{d^2J}{dx^2}. \end{aligned}\right\} \qquad (12)$$

Dann ist

$$\left.\begin{aligned} s^2 = \overline{u^2} - (\overline{u})^2 &= \frac{1}{J}\frac{d^2J}{dx^2} - \frac{1}{J^2}\left(\frac{dJ}{dx}\right)^2 = \\ &= \frac{d}{dx}\left(\frac{\frac{dJ}{dx}}{J}\right) = -\frac{d\overline{U}}{dx}, \end{aligned}\right\} \qquad (13)$$

oder endlich, wenn wir für x wieder $\frac{1}{\Theta}$ einführen:

$$\overline{U^2} - (\overline{U})^2 = \Theta^2\frac{\partial\overline{U}}{\partial\Theta}.$$

(9) wird damit

$$(\delta_T^2)_v = \frac{\Theta^2\frac{\partial\overline{U}}{\partial\Theta}}{(\overline{U})^2}. \qquad (14)$$

Nun besteht zwischen den Mittelwerten der kinetischen Energie $\overline{E}$ und der potentiellen Energie $\overline{\Phi}$ ein endliches Verhältnis, so daß wir mit Einführung eines endlichen Proportionalitätsfaktors γ schreiben können

$$\overline{U} = \gamma\overline{E},$$

d. h. mit Rücksicht auf das Äquipartitionstheorem

$$\overline{U} = \gamma\frac{nf}{2}\Theta, \qquad (15)$$

wo n die Anzahl der Moleküle des Systems und f die Zahl der Freiheitsgrade eines Moleküls bedeutet.

Daraus folgt gemäß (14) und (9)

$$(\overline{\delta_T^2})_v = \frac{2}{\gamma nf}. \qquad (16)$$

Im Falle idealer Gase ist $\overline{\Phi}$ gleich Null, d. h. $\gamma = 1$; also haben wir

$$(\overline{\delta_T^2})_v = \frac{2}{nf}. \qquad (17)$$

(17) stimmt mit der Hauerschen Formel (3) überein, wenn man $f = 3$ setzt.

Druckschwankungen bei konstanter Temperatur.

Analog zu (9) erhalten wir für die Druckschwankung bei konstanter Temperatur

$$(\overline{\delta_p^2})_T = \left(\frac{\overline{p^2} - (\overline{p})^2}{(\overline{p})^2}\right)_T, \qquad (18)$$

worin die Mittelwerte gegeben sind durch

$$\left.\begin{aligned} (\overline{p})_T &= \frac{\int\frac{\partial U}{\partial v}e^{-\frac{U}{\Theta}}\,\Delta\tau_q}{\int e^{-\frac{U}{\Theta}}\,\Delta\tau_q}, \\ (\overline{p^2})_T &= \frac{\int\left(\frac{\partial U}{\partial v}\right)^2 e^{-\frac{U}{\Theta}}\,\Delta\tau_q}{\int e^{-\frac{U}{\Theta}}\,\Delta\tau_q}. \end{aligned}\right\} \qquad (19)$$

Setzt man, wie in (11)

$$\int e^{-\frac{U}{\Theta}}\,\Delta\tau_q = J', \qquad (20)$$

so ergibt die Differentiation von J' nach v die folgenden Beziehungen:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial J'}{\partial v} &= -\frac{1}{\Theta}\int\frac{\partial U}{\partial v}e^{-\frac{U}{\Theta}}\,\Delta\tau_q, \\ \frac{\partial^2 J}{\partial v^2} &= +\frac{1}{\Theta^2}\int\left(\frac{\partial U}{\partial v}\right)^2 e^{-\frac{U}{\Theta}}\,\Delta\tau_q. \end{aligned}\right\} \qquad (21)$$

Mit diesen Ausdrücken bilden wir $\overline{p}$ und $\overline{p^2}$ in (19)

$$(\overline{p})_T = -\Theta\frac{\frac{\partial J'}{\partial v}}{J'}, \quad (\overline{p^2})_T = +\Theta^2\frac{\frac{\partial^2 J'}{\partial v^2}}{J'}.$$

Dann wird

$$\overline{p^2} - (\overline{p})^2 = \Theta^2\frac{d}{\partial v}\left(\frac{\frac{\partial J'}{\partial v}}{J'}\right) = -\Theta\frac{\partial\overline{p}}{\partial v}. \qquad (22)$$

Für ein ideales Gas ist

$$\overline{p} = \frac{n\Theta}{v}^{3}), \qquad (23)$$

daher

$$\overline{p^2} - (\overline{p})^2 = +\Theta^2\frac{n}{v^2},$$

woraus folgt

$$(\overline{\delta_p^2})_T = \left(\frac{\overline{p^2} - (\overline{p})^2}{(\overline{p})^2}\right)_T = \frac{1}{n}, \qquad (24)$$

worin n die Anzahl der Moleküle des Systems bedeutet.

1) l. c.
2) Cl. Schäfer, Einführung in die theoretische Physik, S. 445. Berlin 1921.
3) l. c., S. 447.

Zusammenhänge zwischen den verschiedenen partiellen Schwankungen.

Aus der Zustandsgleichung für ideale Gase

$$pv = RT$$

erhalten wir durch logarithmische Differentiation

$$\frac{dp}{p} + \frac{dv}{v} = \frac{dT}{T}$$

und daraus durch Quadrieren und Mittelbilden

$$\frac{\overline{\Delta p^2}}{p^2} + \frac{\overline{\Delta v^2}}{v^2} + \frac{2\overline{\Delta p\,\Delta v}}{pv} = \frac{\overline{\Delta T^2}}{T^2}. \qquad (25)$$

Aus dieser allgemein gültigen Beziehung (25) können wir folgende Spezialfälle ableiten:

$$\left.\begin{aligned} &\text{a)}\quad (\overline{\delta_p^2})_T = (\overline{\delta_v^2})_T, \\ &\text{b)}\quad (\overline{\delta_p^2})_v = (\overline{\delta_T^2})_v, \\ &\text{c)}\quad (\overline{\delta_v^2})_p = (\overline{\delta_T^2})_p, \\ &\text{d)}\quad \overline{\delta_v^2} = \overline{\delta_p^2}. \end{aligned}\right| \qquad (26)$$

Hieraus sieht man zum Beispiel sogleich mit Hilfe von (2) und (24), daß die Smoluchowskische Dichteschwankung gleich ist der isothermen Druckschwankung. In der Tat kommen wir auf unserem Herleitungswege zum selben Resultat, wie Smoluchowski.

Fürthsche Druckschwankungen.

Der allgemeine Ausdruck für die totale Druckschwankung lautet

$$\overline{\delta_p^2} = (\overline{\delta_p^2})_T + (\overline{\delta_p^2})_v, \qquad (27)$$

woraus sich mit Benutzung von (26b) ergibt

$$\overline{\delta_p^2} = (\overline{\delta_p^2})_T + (\overline{\delta_T^2})_v.$$

Mit Hilfe der Formeln (17) und (24) erhalten wir

$$\overline{\delta_p^2} = \frac{1}{n} + \frac{2}{fn} = \frac{f+2}{f}\cdot\frac{1}{n} = \frac{\varkappa}{n}. \qquad (28)$$

wo $\varkappa = \frac{c_p}{c_v}$, f = Anzahl der Freiheitsgrade des Moleküls und n = Anzahl der Moleküle. Formel (28) stimmt in der Tat mit den Fürthschen Druckschwankungen (4) überein.

Isotherme Dichte- oder Druckschwankungen im kritischen Punkte eines Gases.

Wie bekannt zeigen Gase in unmittelbarer Nähe des kritischen Punktes eine blaue Opaleszenz, die schon seit langem bekannt war und deren Messung von Keesom[1]) u. a. eine quantitative Prüfung der Einstein-Smoluchowskischen Beugungsformel liefert. Der kritische Punkt ist bekanntlich dadurch charakterisiert, daß die kritische Isotherme in ihm eine horizontale Tangente und einen Wendepunkt besitzt, d. h. daß

$$\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_K = \left(\frac{\partial^2 p}{\partial v^2}\right)_K = 0.$$

Daraus folgt mit Rücksicht auf (22), daß im kritischen Zustand $\overline{p^2} - (\overline{p})^2$ gleich Null ist. Wir müssen also die Dispersion in einer höheren Ordnung, am einfachsten in der vierten, berechnen, um ein Maß für die kritischen Dichteschwankungen zu erhalten.

Man sieht leicht, analog der Überlegung auf S. 431, daß für die kritische Dichte- oder Druckschwankung die folgende Formel gilt

$$(\overline{\delta_p^4})_T = \left(\frac{\overline{p^4} - (\overline{p})^4}{(\overline{p})^4}\right)_T. \qquad (29)$$

Aus dem oben abgeleiteten Werte für $\overline{p}$

$$\overline{p} = -\frac{\Theta\frac{\partial J'}{\partial v}}{J'}$$

erhält man durch Differentiation nach v die folgenden Beziehungen

$$\frac{\partial \overline{p}}{\partial v} = -\frac{\Theta\frac{\partial^2 J'}{\partial v^2}}{J'} + \frac{\Theta\left(\frac{\partial J'}{\partial v}\right)^2}{J'^2}, \qquad (30)$$

$$\frac{\partial^2 \overline{p}}{\partial v^2} = -\frac{\Theta\frac{\partial^3 J'}{\partial v^3}}{J'} + 3\frac{\Theta\frac{\partial^2 J'}{\partial v^2}\frac{\partial J'}{\partial v}}{J'^2} - 2\frac{\Theta\left(\frac{\partial J'}{\partial v}\right)^3}{J'^3}, \qquad (31)$$

$$\frac{\partial^3 \overline{p}}{\partial v^3} = -\frac{\Theta\frac{\partial^4 J'}{\partial v^4}}{J'} + 4\frac{\Theta\frac{\partial^3 J'}{\partial v^3}\frac{\partial J'}{\partial v}}{J'^2} + 3\frac{\Theta\left(\frac{\partial^2 J'}{\partial v^2}\right)^2}{J'^2} - 12\frac{\Theta\left(\frac{\partial J'}{\partial v}\right)^2\frac{\partial^2 J'}{\partial v^2}}{J'^3} + 6\frac{\Theta\left(\frac{\partial J'}{\partial v}\right)^4}{J'^4}. \qquad (32)$$

Aus (22) und (23) erhält man

$$\overline{p^2} = \frac{n\Theta^2}{v^2}(1+n). \qquad (33)$$

Setzt man dies in (31) ein, so ergibt sich mit Benutzung von (23)

$$\overline{p^3} = \frac{n\Theta^3}{v^3}(2+3n+n^2) \qquad (34)$$

und daraus wieder durch Einsetzen in (32) mit Benutzung von (23)

1) Keesom, Ann. d. Phys. **35**, 591, 1911.

$$\overline{p^4} = \frac{6n\Theta^4}{v^4} + 4\frac{n\Theta}{v}\cdot\frac{n\Theta^3}{v^3}(2+3n+n^2) + \left.\begin{aligned} &+3\cdot\frac{n^2\Theta^4}{v^4}(1+2n+n^2) - 12\frac{n^2\Theta^2}{v^2}\cdot \\ &\cdot\frac{n\Theta^2}{v^2}(1+n) + 6\frac{n^4\Theta^4}{v^4}. \end{aligned}\right\} \quad (35)$$

Man erhält so schließlich

$$\overline{p^4} - (\overline{p})^4 = 6\frac{n^3\Theta^4}{v^4} + 11\frac{n^2\Theta^4}{v^4} + 6\frac{n\Theta^4}{v^4}.$$

Beschränkt man sich auf das erste Glied, so ergibt sich mit Rücksicht auf (29) und (23)

$$(\overline{\delta_p^4})_T = \frac{6}{n} \quad (36)$$

oder

$$\overline{\delta_p} = \frac{1{,}56}{\sqrt[4]{n}},$$

in sehr naher Übereinstimmung mit der Formel von Smoluchowski[1]).

Kritische Temperaturschwankungen.

Da, wie schon erwähnt, in der Nähe des kritischen Zustandes die Schwankungen sehr groß werden müssen, so wird $\frac{\overline{U^2} - (\overline{U})^2}{(\overline{U})^2}$ gegenüber $\frac{\overline{U^4} - (\overline{U})^4}{(\overline{U})^4}$ zu vernachlässigen sein und die kritische Temperaturschwankung wird gegeben sein durch

$$(\overline{\delta_T^4})_v = (\overline{\delta_U^4})_v = \frac{\overline{U^4} - (\overline{U})^4}{(\overline{U})^4}. \quad (37)$$

Auf ähnlichem Wege wie bei den kritischen Druckschwankungen kann hieraus gefunden werden

$$(\overline{\delta_T^4})_v = \frac{12}{nf}^2). \quad (38)$$

wo wieder f die Zahl der Freiheitsgrade eines Moleküls und n die Zahl der Moleküle bedeutet.

Für die totale kritische Druckschwankung erhält man aus (36) und (38) mit Rücksicht auf (27) und (26b)

$$\overline{\delta_p^4} = \frac{6}{n} + \frac{12}{nf} = \frac{6\varkappa}{n}, \quad (39)$$

wo wieder

$$\varkappa = \frac{c_p}{c_v}.$$

II.

Im ersten Teil dieser Arbeit wurden verschiedene Schwankungen eines idealen Gases im allgemeinen Zustande abgeleitet. In diesem Abschnitt wollen wir bloß die Dichte- und Druckschwankungen eines realen Gases bei konstanter Temperatur behandeln.

Analog zu (19) erhalten wir den Mittelwert des Druckes eines realen Gases

$$\overline{p_1} = \frac{\int\left(\frac{\partial\Phi}{\partial v} + \frac{\partial U}{\partial v}\right)e^{-\frac{\Phi+U}{\Theta}}\,\Delta\tau_q}{\int e^{-\frac{\Phi+U}{\Theta}}\,\Delta\tau_q}. \quad (40)$$

worin Φ die potentielle und U die kinetische Energie bedeuten. Wie in (22) erhalten wir

$$\overline{p_1^2} - (\overline{p_1})^2 = -\Theta\frac{\partial\overline{p_1}}{\partial v} \quad (41)$$

und daraus

$$(\overline{\delta_{p1}^2})_T = -\frac{\Theta\frac{\partial\overline{p_1}}{\partial v}}{(\overline{p_1})^2}. \quad (42)$$

Substituieren wir hier p, aus der van der Waalsschen Gleichung

$$p_1 = \frac{n\Theta}{v-b} - \frac{a}{v^2} \quad (43)$$

mit den beiden Konstanten a und b, so erhalten wir bei Beschränkung auf die Glieder 1. Ordnung

$$(\overline{\delta_{p1}^2})_T = \frac{1}{n}\left(1 + \frac{2ab}{n\Theta v^2}\right).$$

Wird hierin das zweite Glied vernachlässigt, so bleibt

$$(\overline{\delta_{p1}^2})_T = \frac{1}{n} \quad (44)$$

in Übereinstimmung mit (24).

Mit Hilfe von (43) erhält man ferner als Analogon zu (25) bei konstanter Temperatur

$$\left.\begin{aligned} \frac{\Delta p_1^2}{p_1^2} &= \frac{\left(\frac{n\Theta\Delta v}{(v-b)^2} - \frac{2a\Delta v}{v^3}\right)^2}{\left(\frac{n\Theta}{v-b} - \frac{a}{v^2}\right)^2} = \\ &= \frac{\Delta v^2}{(v-b)^2}\left(1 - \frac{2a}{n\Theta v}\right), \end{aligned}\right\} \quad (45)$$

wenn man die Entwicklung bis zu dem Gliede erster Ordnung treibt. Daraus folgt offenbar

$$(\overline{\delta_{p1}^2})_T = (\overline{\delta_v^2})_T\left(1 + \frac{2b}{v}\right)\left(1 - \frac{2a}{n\Theta v}\right). \quad (46)$$

Aus (43) erhalten wir ferner für die kubische Kompressibilität

$$\beta = -\frac{1}{v}\frac{\partial v}{\partial p} = -\frac{1}{v\left[-\frac{n\Theta}{(v-b)^2} + \frac{2a}{v^3}\right]},$$

1) Cl. Schäfer, l. c. S. 485.
2) K. C. Kar, Phys. Rev. June 1923.

oder nach einfacher Umformung

$$\beta = \frac{1}{\frac{n\Theta}{v}\left(1+\frac{2b}{v}\right)\left(1-\frac{2a}{n\Theta v}\right)}. \qquad (47)$$

Durch Kombination der Gleichungen (44), (46) und (47) ergibt sich ohne weiteres

$$(\overline{\delta_v^2})_T = \frac{\beta\Theta}{v} \qquad (48)$$

in Übereinstimmung mit der Formel von Boltzmann[1]). Da für ideale Gase $\beta = \frac{1}{p}$, so wird

$$(\overline{\delta_v^2})_T = \frac{1}{n},$$

wie früher gezeigt wurde.

Auf ähnliche Weise erhält man mit Rücksicht auf (36) und (46) die kritischen Schwankungen der Dichte

$$(\overline{\delta_v^4})_T = \frac{6n\Theta^2\beta^2}{v^3}. \qquad (49)$$

1) L. Boltzmann, Wiener Ber. **63**, 397, 1871.

Kalkutta, Indien.

(Eingegangen 10. Juli 1923.)

Experimentelle Prüfung der Oseenschen Theorie des natürlichen Drehungsvermögens optisch aktiver Lösungen.

Von Alize Gumprich.

Für das Drehungsvermögen einer optisch aktiven Substanz in einer Flüssigkeit hat Oseen[1]) die Formel abgeleitet

$$[\Omega]:(n^2+2) = \text{const},$$

wo $[\Omega]$ die spezifische Drehung und n den Brechungskoeffizienten bedeuten. Hierbei wird vorausgesetzt, daß kein Teil der aktiven Moleküle in der Flüssigkeit miteinander oder mit den nicht aktiven Molekülen zu Komplexen zusammentritt.

Wann diese Bedingungen erfüllt sind, wissen wir nicht. Da wir den molekularen Bau der Lösungen nicht kennen, d. h. nicht wissen, ob das Molekül des gelösten Stoffes sich mit den Molekülen des Lösungsmittels (Hydraten, Alkoholaten, Benzolaten usw.) vereinigt oder ob bzw. wann dies nicht der Fall ist, so kann jede Abweichung von der Oseenschen Formel hierauf zurückgeführt werden. Falls wir aber für ein und denselben Stoff in den verschiedensten Lösungsmitteln durch Extrapolation denselben Wert für die spezifische Drehung der reinen, ungelösten Substanz erhalten, so kann man sicher sein, daß entweder in diesem Fall sich keine Komplexe bilden oder jedenfalls, daß die Komplexbildung diejenigen Faktoren, welche die Drehung bedingen, nicht beeinflußt. Ein solcher Stoff ist nach den Untersuchungen von Landolt[1]) der Kampfer.

Die zweite Bedingung, welche nach Oseen erfüllt sein muß, ist, daß kein Teil der aktiven Moleküle zu größeren Molekularaggregaten zusammentritt. Diese Bedingung ist jedenfalls bei kleinen Konzentrationen erfüllt, und bei Kampfer sogar bei sehr konzentrierten Lösungen; denn nach den Bestimmungen von Beckmann[2]) zeigt Kampfer in Benzol bis zu den höchsten untersuchten Konzentrationen 26,6 Proz. ein normales Molekulargewicht.

Von diesen Gesichtspunkten ausgehend habe ich die Drehung und das Brechungsvermögen von Kampferlösungen untersucht, wobei ich mein besonderes Augenmerk auf die verdünnten Lösungen richtete. Bei diesen sind allerdings die experimentellen Fehler verhältnismäßig groß. Um aber trotzdem eine Entscheidung über die Gültigkeit der Oseenschen Formel fällen zu können, habe ich auch konzentriertere Lösungen untersucht und nun gesehen, ob die Abweichungen von der Oseenschen Formel einen Gang zeigen. Werden die Abweichungen mit der Verdünnung kleiner, so spricht dies zugunsten der Formel.

Während die Untersuchung im Gang war, erschien eine sehr sorgsame Arbeit über denselben Gegenstand von Paul Wetterfors[3]). Ich habe aber trotzdem meine Versuche nicht abgebrochen, weil ich auch verdünntere Lösungen in den Kreis meiner Beobachtungen gezogen habe. Meine Arbeit ergänzt somit die seine. Im voraus sei bemerkt, daß wir zu denselben Resultaten gelangen.

Die Versuchsanordnung war die übliche. Die Drehung der Polarisationsebene wurde mit einem Lippich schen Halbschattenpolarimeter neuster Konstruktion von Goerz gemessen und die Brechung mit einem Spektrometer von Heele mit einem Steinheilschen Lochprisma. Die gewünschten Wellenlängen wurden erhalten im Rot durch eine Reihe Lichtfilter, ferner die *Na*-Linie durch einen Brenner, dem *NaCl* zugeführt wurde, und die *Hg*-Linien mittels einer *Hg*-Lampe; durch Farbenfilter wurden die Strahlen homogen gemacht. Sämtliche Lösungsmittel wurden sorgsam entwässert und durch fraktionierte Destillation gereinigt.

1) Oseen, Ann. d. Phys. **48**, 1, 1915.

1) Landolt, Das optische Drehungsvermögen.
2) Beckmann, Zeitschr. f. physik. Chem. **2**, 717, 1888.
3) Wetterfors, Diss. Uppsala 1920; Zeitschr. f. Phys. **8**, 229, 1922.

Kampfer in Benzol.

	$t = 19^0$	$\lambda = 700$		$t = 19^0$	$\lambda = 589$	
c	n	$[\Omega]$	$[\Omega]:(n^2+2)^2$	n	$[\Omega]$	$[\Omega]:(n^2+2)^2$
5,01	1,4920	22,10°	1,181	1,4998	39,41°	2,182
6,98	1,4916	22,31	1,250	1,4992	40,00	2,215
10,00	1,4910	22,70	1,270	1,4982	40,51	2,248
19,97	1,4876	23,81	1,370	1,4948	42,38	2,363
29,98	1,4848	24,95	1,411	1,4915	44,14	2,473
40,01	1,4816	26,27	1,493	1,4882	45,96	2,587
50,00	1,4783	27,35	1,561	1,4847	47,66	2,696
	$t = 19^0$	$\lambda = 546$		$t = 19^0$	$\lambda = 436$	
c	n	$[\Omega]$	$[\Omega]:(n^2+2)^2$	n	$[\Omega]$	$[\Omega]:(n^2+2)^2$
5,01	1,5036	51,31°	2,826	1,5206	127,25°	6,843
6,98	1,5029	52,20	2,878	1,5199	128,12	6,896
10,00	1,5017	52,84	2,918	1,5185	129,49	6,984
19,97	1,4985	54,84	3,042	1,5142	133,50	7,247
29,98	1,4952	56,81	3,166	1,5094	138,03	7,549
40,01	1,4918	58,89	3,298	1,5057	142,59	7,820
50,00	1,4880	60,67	3,416	1,5008	146,78	8,117

Das Drehungsvermögen von Kampfer in Benzol ist namentlich für die D-Linie von einer großen Anzahl von Forschern untersucht worden (Foerster[1]), Golse[2]), Moreau[3]), Wetterfors[4])). Wie vorzüglich die Werte untereinander übereinstimmen, zeigt die folgende Tabelle:

c	10	20	30	40	50		
$[\Omega]D$	41,29	43,05	44,77	46,51	48,27	Foerster	$t = 20^0$ C
„	40,86	42,69	44,43	46,01	47,69	Golse	$t = 18,5^0$ C
„	40,58	42,41	44,18	45,92	47,66	Golse	$t = 20,0^0$ C
„	40,57	42,36	44,15	45,94	47,70	Wettterfors	$t = 19,0^0$ C
„	40,83	42,25	—	—	—	Moreau	$t = 25$-26^0 C
„	40,51	42,38	44,14	45,96	47,66	Gumprich	$t = 19^0$ C

Am besten stimmen die Werte von Golse, Wetterfors und mir überein.

Die Versuche zeigen, daß der Oseensche Ausdruck $[\Omega]:(n^2+2)^2$ in keinem einzigen Fall eine Konstante ist, vielmehr nimmt der Wert bei allen Wellenlängen mit der Konzentration zu. Am stärksten ist dies ausgeprägt bei der Wellenlänge 436 μμ. Hier könnte man noch den Einwand erheben, daß diese Bestimmungen nicht zur Prüfung der Oseenschen Formel herangezogen werden dürfen, da wir uns schon in der Nähe der Absorption des Benzols befinden und die Theorie nur für eine schwach absorbierbare Flüssigkeit gilt, aber auch bei den roten und gelben Strahlen tritt die Diskrepanz zwischen Theorie und Erfahrung so deutlich zutage, daß auch nicht der geringste Zweifel obwalten kann, daß die Theorie nicht richtig ist. Trägt man in ein Koordinatennetz die Konzentrationen als Abszissen ein und die Oseenschen Konstanten als Ordinaten, so erhält man eine Gerade, die zur Abszissenachse geneigt ist. Die Oseensche Konstante ist somit eine Funktion der Konzentration und nimmt mit steigender Konzentration geradlinig zu. Hieraus kann man folgern, daß die Oseensche Formel auch nicht für die verdünntesten Lösungen gilt.

Oseen hat seine Formel durch Einführung einer Reihe von Vereinfachungen erhalten. Selbst wenn seine Theorie richtig wäre, ist daher zu erwarten, daß seine Formel die Versuche nicht genau wiedergibt. Mir scheint aber seine Formel der Form nach verfehlt zu sein, denn wie die obigen Versuche zeigen, nimmt bei den Benzollösungen n mit steigender Konzentration ab, $[\Omega]$ dagegen zu; es muß somit der Ausdruck $[\Omega]:(n^2+2)^2$ mit steigender Konzentration dauernd zunehmen.

Fassen wir das Ergebnis dieser Messungen und Betrachtungen zusammen, so ergibt sich, daß die Oseensche Formel bei Lösungen von Kampfer in Benzol, trotzdem diese Lösungen den von

1) Foerster, Ber. d. chem. Ges. **23**, 2, 29, 81, 1890.
2) Golse, Thèse Bordeaux, S. 86.
3) Moreau, Thèse Lyon, S. 36.
4) Wetterfors, Diss. Uppsala 1920, S. 24.

Kampfer in Äthylalkohol.

	$t = 19^0$	$\lambda = 700$		$t = 19^0$	$\lambda = 589$	
c	n	$[\Omega]$	$[\Omega] : (n^2+2)^2$	n	$[\Omega]$	$[\Omega] : (n^2+2)^2$
5,01	1,3638	25,96	1,742	1,3670	42,64	2,849
7,02	1,3669	26,12	1,745	1,3693	42,88	2,855
9,99	1,3700	26,34	1,752	1,3731	43,21	2,862
19,97	1,3816	26,97	1,765	1,3846	44,45	2,896
30,02	1,3923	27,54	1,775	1,3961	45,58	2,922
40,00	1,4038	28,17	1,793	1,4074	46,75	2,950
50,03	1,4151	28,83	1,799	1,4188	47,79	2,967
	$t = 19^0$	$\lambda = 546$		$t = 19^0$	$\lambda = 436$	
c	n	$[\Omega]$	$[\Omega] : (n^2+2)^2$	n	$[\Omega]$	$[\Omega] : (n^2+2)^2$
5,01	1,3696	54,83	3,620	1,3746	129,78	8,578
7,02	1,3717	55,18	3,662	1,3776	130,56	8,594
9,99	1,3748	55,51	3,684	1,3810	131,48	8,612
19,97	1,3865	56,88	3,697	1,3931	134,36	8,652
30,02	1,3979	58,71	3,702	1,4047	137,40	8,703
40,00	1,4096	59,56	3,746	1,4165	140,29	8,739
50,03	1,4197	60,96	3,780	1,4280	143,44	8,791

Oseen gestellten Bedingungen in hohem Maße genügen, versagt.

Der Grund für das Versagen ist leicht einzusehen. Wie der Versuch zeigt, nimmt $[\Omega]$ beim Kampfer mit steigender Konzentration in allen Lösungsmitteln zu. Das Brechungsvermögen der Lösung nimmt dagegen zu oder ab, je nach dem Verhältnis des Brechungsvermögens des Lösungsmittels zu dem des Kampfers. Ist das Brechungsvermögen des Lösungsmittels größer als das des Kampfers, so wird im allgemeinen der Brechungsindex der Lösung mit steigender Konzentration an Kampfer abnehmen, wie das bei den Lösungen in Benzol der Fall ist. Ist dagegen umgekehrt der Brechungsindex des Lösungsmittels kleiner als der des Kampfers, so wird bei steigender Konzentration an Kampfer der Brechungsindex der Lösung größer werden. In diesem Fall werden also sowohl $[\Omega]$ als auch n gleichzeitig zunehmen, und es ist eventuell eine Konstanz des Oseenschen Ausdrucks zu erwarten.

Auf Grund dieser Überlegungen wurden noch Messungen in alkoholischen Lösungen durchgeführt.

Trotzdem bei diesen alkoholischen Lösungen sowohl n als auch $[\Omega]$ mit steigender Konzentration zunehmen, kann von einer Konstanz des Oseenschen Ausdrucks keine Rede sein. Auch bei den verdünnten Lösungen versagt die Formel. Dasselbe gilt auch von den Lösungen in Azeton, Methylalkohol, Äthylalkohol, Propylalkohol, Ameisensäure, Essigsäure und Propionsäure, wie die Rechnung auf Grund der Messungen von Golse zeigte.

In der Literatur finden sich noch zahlreiche Messungen, die zur Prüfung der Oseenschen Formel benutzt werden können, z. B. von Livens[1]), Peacock[2]) u. a.

Ich habe sie behufs Prüfung der Oseenschen Formel berechnet, aber in keinem einzigen Fall eine Konstanz gefunden. Als einen besonderen eklatanten Fall für die Abweichungen teile ich die folgende Tabelle mit:

Weinsäure in Wasser.

	c	n_D	$[\Omega]_D$	$[\Omega] : (n^2+2)^2$
$t = 14,5^0$	1,07	1,3349	14,733	1,030
	2,87	1,3369	14,224	0,992
	4,94	1,3395	13,836	0,961
	7,14	1,3423	13,532	0,936
	7,55	1,3428	13,460	0,925
	10,28	1,3462	13,053	0,898
$t = 20^0$	2,02	1,3356	14,855	1,039
	5,01	1,3392	14,295	0,993
	10,02	1,3451	13,553	0,933
	20,05	1,3565	12,210	0,828
	30,09	1,3686	10,968	0,731
	40,09	1,3801	9,771	0,642
	50,11	1,3910	8,697	0,561
	60,04	1,4023	7,828	0,497

In diesem Fall ändert sich die Oseensche Konstante um über 100 Proz. Dies ließ sich vielleicht auf Dissoziation usw. zurückführen, aber bei den Kampferlösungen in Benzol kommt dieser Faktor nicht in Frage.

Ergebnisse.

1. Es wurden die Drehungen und Brechungsindizes einer Reihe von Kampferlösungen be-

1) Livens, Phil. Mag. **25**, 817, 1913; **26**, 362, 535, 1913; **27**, 468, 994, 1914; diese Zeitschr. **15**, 385, 1914.
2) Peacock, Journ. chem. Soc. **105**, 2782, 1914; **107**, 1547, 1915.

stimmt und mit Hilfe derselben der Oseensche Ausdruck: $[\Omega]:(n^2+2)^2=$ konst. geprüft.

2. In keinem Fall ergab sich, wie es die Oseensche Theorie verlangt, eine Konstante. Dasselbe Ergebnis hat bereits Wetterfors festgestellt.

3. Die Berechnung der Messungen von anderen Forschern führt zu demselben Ergebnis wie 2.

4. Die Formel von Oseen erscheint mir der Form nach verfehlt; denn durch passende Wahl des Lösungsmittels kann man es stets erreichen, daß $[\Omega]$ und n sich mit der Konzentration in entgegengesetztem Sinne ändern; dann sind natürlich die Abweichungen von der Konstanz besonders groß.

Herrn Geheimrat Gerhard Schmidt danke ich für die Anregung zu dieser Arbeit und für seine Hilfe bei der Ausführung derselben.

Münster i. W., 30. Juli, Physikalisches Institut.

(Eingegangen 6. August 1923.)

VORTRÄGE UND DISKUSSIONEN DES DEUTSCHEN PHYSIKERTAGES IN BONN VOM 16.—22. SEPTEMBER 1923.

Erich Rumpf (Graz), Das Verschwinden des Benedicks-Effektes im Vakuum.

Seit 1851 gilt der Satz von Magnus, nach dem in einem homogenen metallischen Leiter auf keine Weise allein durch Temperaturdifferenzen stromliefernde Potentialdifferenzen hervorgerufen werden können[1]). Zunächst ist dieser Satz auf Grund experimenteller Erfahrungen aufgestellt worden, weshalb es nicht ausgeschlossen ist, daß er durch die seither weit fortgeschrittenen Meßmethoden umgestoßen wird.

Seit 1916 sind nun durch Herrn C. Benedicks in Stockholm eine Reihe von Versuchen[2]) angegeben worden, die den Zweck haben, diesen Satz zu widerlegen, d. h. einen thermoelektrischen Homogen-Effekt nachzuweisen. Gewissermaßen als Experimentum crucis muß wohl eine seit über 100 Jahren[3]) bekannte Erscheinung angesehen werden, die Benedicks neu aufgreift, bei der Thermoströme galvanometrisch unmittelbar beobachtbar sind, die wohl seither mit dem Namen Benedicks-Effekt bezeichnet werden. Ich meine das sogenannte feste Drosselkreuz, das einfach aus zwei einander kreuzweise berührenden Drähten aus dem zu untersuchenden Metall besteht, die mit einem Galvanometer verbunden sind. Erwärmt man einen der beiden Drähte nahe der Berührungsstelle, so wird diese nicht nur erwärmt, sondern erhält auch ein schroffes Temperaturgefälle, das eben nach Benedicks Ursache der nun entstehenden Galvanometerausschläge sein soll. Die Richtung dieser Ausschläge ist außer von der Richtung des Temperaturgefälles wesentlich abhängig von dem untersuchten Drahtmaterial. Benedicks bezeichnet die Metalle als positiv, bei denen der Strom vom geheizten Draht durch das Galvanometer zum ungeheizten Draht fließt, und er entdeckte, daß das so gewählte Vorzeichen dieses Benedicks-Effektes identisch ist mit dem des Thomson-Effektes des betreffenden Metalles. Demnach sind positiv: *Cu*, *Ag*, *Au* usw., negativ *Pd*, *Hg* usw.

Also auch an Quecksilber fand Benedicks den Effekt, worin er mit Recht eine Stütze seiner Ansicht sieht, daß es sich um einen Homogen-Effekt handelt. Freilich muß hier die Anordnung etwas anders getroffen werden, weil ja Quecksilber sich nicht in Drahtform herstellen läßt. Er diskutiert hier die Fehlermöglichkeiten besonders eingehend durch, hat aber doch, wie mir scheint, eine übersehen.

Nach den eingehenden Überlegungen und Untersuchungen bin ich nämlich zum Schluß gekommen, daß der Benedicks-Effekt (wenn nicht zur Gänze, so doch zum größten Teil) kein Homogen-Effekt, sondern ein Gas-Effekt ist. Mit anderen Worten: daß die hier auftretenden stromliefernden Potentialdifferenzen von einem heterogenen Thermoelement herrühren, das aus einem gasärmeren und einem gasreicheren Metallstück besteht, wobei das heißere Metallstück als das gasärmere anzusehen ist; das schroffe Temperaturgefälle bildet die geheizte „Lötstelle".

Ich begründe diese meine Anschauung durch folgende drei Punkte.

1) Baedeker, Sammlung Wissenschaft H. 35, S. 61.
2) Ann. d. Phys. **55**, 1, 103, 1918; **62**, 185, 1920.
3) C. Benedicks, Kritische Studien . . ., Arkiv för Mathematik, Astronomi och Fysik. Stockholm, Berlin (Friedländer), London, Paris, Bd. **14**, Nr. 20, 1919.

I. Alle diesbezüglichen Benedicksschen Beobachtungen gestatten ungezwungen diese Deutung. So möchte ich z. B. besonders auf die Benedicksschen Untersuchungen mit dem wichtigsten Metall, Quecksilber, hinweisen, wo es Benedicks erst gelang, sichere Galvanometerausschläge zu erreichen, nachdem er aus anderen Gründen poröse Behälter (Asbest usw.) wählte, während die Galvanometerausschläge mit Behältern aus Glasröhren sehr unsicher und klein waren. Herr Benade[1]) konnte mit einer Apparatur aus Glas, die sonst geeignet scheint, den Benedicks-Effekt zu zeigen, gar keine Ausschläge an seinem Galvanometer bekommen.

II. Palladium ist meines Wissens das einzige Metall, von dem Thermokräfte Metall gegen Metall plus Gas bekannt sind. Ich habe den Benedicks-Effekt von Palladium in Luft, Leuchtgas und Wasserstoffatmosphären untersucht. In allen drei Gasen hat er die gleiche Richtung und Größenordnung; die Richtung ist dieselbe wie beim $Pd \mid Pd + H_2$-Thermoelement, die neuerdings Herr Heimburg[2]) nachgeprüft hat, wenn man eben den geheizten Palladiumdraht als den gasärmeren annimmt.

III. Ich habe den Benedicks-Effekt von Kupfer im luftverdünnten Raum untersucht. Nähere Angaben sollen an anderer Stelle veröffentlicht werden. Hier will ich nur mitteilen, daß sich eine deutliche Abhängigkeit der Galvanometerausschläge vom Gasdruck ergeben hat. Quantitative Beobachtungen sind sehr schwer; man kann aber etwa sagen: Wird der Benedicks-Effekt bei Atmosphärendruck mit 1 bezeichnet, so ist er bei 2 mm Hg etwa $\frac{1}{2}$, bei 0,0002 mm Hg etwa $\frac{1}{10}$. Damit ist wohl sicher eine deutliche Gaswirkung festgestellt.

Betrachtet man die hier vorgebrachten drei Punkte[3]), so wird man sagen müssen, daß der Benedicks-Effekt kein Homogen-Effekt, sondern vorwiegend ein Gas-Effekt ist, und daß damit eine seit mehr als 100 Jahren immer wieder viel untersuchte Erscheinung ihre Deutung gefunden hat, der Satz von Magnus also nicht widerlegt ist[4]). Trotzdem glaube ich, daß dem Effekt eine hervorragende Bedeutung zukommt; die sichere Parallelität seines Vorzeichens mit dem des Thomson-Effektes gibt zu denken!

1) J. M. Benade, Phys. Rev. 18, 199, 1921. Allerdings meint Herr Benedicks, Benade hätte ein zu unempfindliches Galvanometer benutzt, wie er mir gütigst schriftlich mitteilte.

2) Fritz Heimburg, diese Zeitschr. 24, 149, 1923.

3) Übrigens sei auf die Arbeit von L. Pechinger, Wien. Ber. 131, 491, 1922, hingewiesen.

4) Herr Benedicks, dem ich von meiner Anschauung und meinen Versuchen brieflich berichtete, war so freundlich mir mitzuteilen, daß er sich dieser Ansicht nicht anschließen kann.

N. v. Raschevsky (Prag), Die Relativitätstheorie als eine der möglichen mathematischen Darstellungen der physikalischen Erscheinungen.

Hochansehnliche Versammlung!

Wenn heutzutage jemand über die Relativitätstheorie zu reden beginnt, so ist man von vornherein dazu geneigt, zu erwarten, daß er entweder sofort von der wichtigen Rolle, von den größten Vorzügen, vielleicht von ihrer Unentbehrlichkeit und einzigen Möglichkeit, kurz für sie sprechen wird; oder umgekehrt, daß seine Rede eine alles vernichtende Kritik dieser Theorie sein wird, begleitet im besten Falle mit einer Prophezeiung ihres baldigen Unterganges. Einen dritten Standpunkt gab es bisher fast gar nicht. Nun besteht aber die Tatsache, daß vom rein physikalischen Standpunkte, d. h. vom Standpunkte des Experimentes aus, welches ja immer die erste und letzte Instanz ist, an welche sich endgültig ein jeder, auch theoretischer Physiker, wenden muß, gegen die Relativitätstheorie nichts anzugreifen ist. Dies wird auch von vielen Gegnern anerkannt, welche daher ihren Angriff auf die Theorie von Seite der physikalischen Axiomatik und der Erkenntnistheorie wenden müssen.

Man hat sich aber bisher sehr wenig die Frage gestellt, ob das Experiment für die Relativitätstheorie etwas mehr leiste als gegen sie; ob diejenigen Tatsachen, welche durch den Versuch direkt bestätigt werden, wirklich so innig, so organisch mit den Grundpostulaten und Grundlagen der Theorie verbunden sind, daß aus ihrer experimentellen Bestätigung mit der zwingenden Notwendigkeit der formellen Logik über die empirische Bestätigung dieser Postulate zu schließen sei; ob es überhaupt einen Sinn hat, für oder gegen die Relativitätstheorie zu sein.

Zum ersten Male, inwiefern es mir bekannt ist, wurde diese Frage aufgestellt und beantwortet durch Hrn. Prof. Dr. Hugo Dingler in seinem bekannten Nauheimer Vortrage, in welchem er die Frage wiederum vom Standpunkte der physikalischen Axiomatik und Erkenntnistheorie aus untersucht und dabei die Behauptung aufstellt: die Relativitätstheorie sei empirisch unwiderlegbar, aber ebensowenig auch beweisbar.

Ich habe dieselbe Frage von einem mehr empirischen Standpunkte aus untersucht in meiner vor kurzem in der Zeitschr. f. Physik erschienenen Abhandlungen „Kritische Untersuchungen zu den physikalischen Grundlagen der Relativitätstheorie", welche ich hier für das folgende kurz erwähnen muß. Daß es kein ein-

ziges Experiment gibt, welches nicht in antirelativischer Weise erklärt werden könnte, ist nicht neu. Ich stellte mir die Aufgabe, zu untersuchen, wie sich die Sachen verhalten würden, wenn diejenigen Versuche, welche als Bestätigung der Relativitätstheorie allgemein anerkannt sind, gerade umgekehrte Resultate ergeben würden; und es stellte sich heraus, daß auch in diesem Falle ihre Deutungen vom Standpunkte der Relativitätstheoriepostulate aus möglich blieben, obwohl diese Möglichkeit in manchem Falle auf Kosten sehr großer Kompliziertheit der Erklärung erhalten werden sollte. Ich machte auch auf den eigenartigen Gedankengang der relativistischen Beweisführungen aufmerksam. Es wird nämlich stets eine gewisse Form der Naturgesetze im „Ruhsystem" angenommen und der Lorentztransformation unterworfen. Das Resultat wird experimentell geprüft. Die Lorentztransformation allein gelangt aber selbst zu einer experimentellen Prüfung niemals, und ein Widerspruch mit dem Experiment kann sowohl auf die Unrichtigkeit der Lorentztransformation, wie auf diejenige der Grundannahme zurückgeführt werden. Eine Bestätigung des Endresultates sagt uns auch nichts über die Richtigkeit der Lorentztransformation aus, weil ja zwei falsche Prämissen ein richtiges Resultat ergeben können. Aus dem Obenerwähnten kann nur ein einziger logischer Schluß gezogen werden: die Relativitätspostulate sind keine physikalischen Aussagen über Erscheinungen, sondern nur rein mathematische Konventionen, welche zur Darstellung der physikalischen Erscheinungen nötig sind und die Relativitätstheorie kann ebensowenig richtig oder falsch sein, als das eine oder das andere Koordinatensystem, welche wir bei der Behandlung verschiedener physikalischer Probleme fortwährend gebrauchen.

Nun ist es aber auch für mich ganz klar, daß zwischen dem konventionellen Charakter der Relativitätspostulate und demjenigen der mathematischen Postulate und Axiome doch ein wesentlicher Unterschied besteht. Als bestes Beispiel des Konventionalismus in der Mathematik betrachten wir die geometrischen Axiome und die nichteuklidischen Geometrien. Auf den konventionellen Charakter derselben hat mehrfach H. Poincaré hingewiesen, besonders eingehend in seiner „Science et hypothèse". Ob der Raum an und für sich euklidisch oder nichteuklidisch sei, darüber hat es keinen Sinn zu reden, weil eine jede Naturerscheinung von dem Standpunkte sowohl des einen, wie des anderen aus beschrieben werden kann. Man könnte sehr gut z. B. annehmen, daß die Metrik unseres Raumes nichteuklidisch sei, daß aber aus einem oder anderem Grunde unsere Maßstäbe verschiedenen Veränderungen unterworfen sind und nicht die wahre Metrik des Raumes wiedergeben. Die große Kompliziertheit und Unbequemheit dieser Auffassung springt sofort ins Auge und man wird dazu geführt, diejenige Geometrie dem Raume zuzuschreiben, bei welcher wir keine Nebenhypothesen über das Verhalten der Maßstäbe machen müssen. Diese nennen wir die natürliche Geometrie, und es ist wohl bekannt, daß bis heutzutage als solche die euklidische galt. Diese natürliche Geometrie hat aber nicht mehr die Abstraktion einer rein mathematischen Konstruktion. Sie ist vielmehr eine physikalische Aussage über das Verhalten der Maßstäbe, und das Wort „Geometrie" ist hier vielleicht nicht ganz geeignet.

Mangels etwas Besserem gebrauchen wir es doch, indem wir stets den Unterschied zwischen der mathematischen und der natürlichen Geometrie im Auge behalten. Es ist dann einleuchtend, daß der konventionelle Charakter nur die Eigenschaft der mathematischen Geometrie ist.

Nun wiederhole ich noch einmal, daß zwischen dem Konventionalismus der Relativitätstheorie und dem der mathematischen Geometrie ein Unterschied bestehe. Während bei der letzteren prinzipiell gar keine empirische Entscheidung zwischen der einen oder der anderen möglich ist und die Wahl einer bestimmten Geometrie ganz den Charakter der Wahl eines geeigneten Koordinatensystems hat, ist es mit der Relativitätstheorie anders. Es gibt kein realisierbares Experiment, welches für oder gegen die Relativitätspostulate entscheiden würde. Es gibt doch Gedankenexperimente, welche nie realisiert werden können, weil sie zum größten Teil im Prinzip mit einer Versetzung auf einen anderen Planeten verbunden sind, welche aber eine, wenn man sich so ausdrücken kann, „Gedankenmöglichkeit" geben, die Relativitätspostulate zu prüfen.

Die Untersuchung zeigt, daß der Grund dieser Eigenartigkeit in der prinzipiellen Unmöglichkeit, die „wahre" Lichtgeschwindigkeit zu messen, liegt, und dies deshalb, weil wir keine größere Geschwindigkeit kennen. Alle unsere Methoden ergeben uns nur eine Art mittlerer Geschwindigkeit beim Hin- und Hergehen des Lichtstrahles. Sogar die astronomischen Methoden, wie ich sie in der oben zitierten Arbeit ausführlich behandelt habe, ergeben uns diese Möglichkeit nicht, denn entweder, wie in den Betrachtungen Herrn de Sitters, dabei gar keine Messung vorliegt, oder wie in der Römerschen Methode noch Hypothesen zugrunde gelegt werden müssen, welche einer direkten experimen-

tellen Prüfung unzugänglich sind. Eine jede Aussage über die Lichtgeschwindigkeit kann also nur eine Konvention sein, und da mit diesen Aussagen auch unsere Messungen der Zeit sowie aller Geschwindigkeiten überhaupt aufs engste verknüpft sind, so entspringt daraus die Möglichkeit einer mehrfachen Darstellung aller physikalischen Erscheinungen. Haben wir festgelegt, daß wir über die Lichtgeschwindigkeit nur bestimmte Konventionen machen können, so bleibt nun zu untersuchen, welcher Art diese Konventionen sein können, und da einer jeden Konvention über die Lichtgeschwindigkeit eine bestimmte Darstellungsform des gesamten Weltbildes entspricht, so wird uns diese Untersuchung zeigen, welche Darstellungsformen noch neben der Einsteinschen Relativitätstheorie möglich sind.

Eine der einfachsten Konventionen, welche gemacht werden können, ist die Ritzsche. Man sieht sie allgemein durch die Betrachtungen Herrn de Sitters als widerlegt an. Nun muß aber besonders betont werden, daß vom rein logischen Standpunkte aus hier von einer Widerlegung keine Rede sein kann. Wir stehen vielmehr vor der Alternative, entweder anzunehmen, daß die Lichtgeschwindigkeit gemäß der Ritzschen Theorie gegeben ist und daß die Bewegung der entferntesten Doppelsterne keine Keplersche sei, daß dort also die gewöhnlichen astronomischen Gesetze nicht gelten; oder die Gültigkeit unseren astronomischen Gesetzen für alle unseren Instrumenten zugänglichen Teile des Weltalls anzunehmen, das Ritzsche Postulat aber abzugeben. Niemand wird natürlich einen Augenblick zweifeln, das letztere zu tun, obwohl die Wahl frei bleibt.

Die Ritzsche Konvention muß also als eine unbequeme und daher nicht geeignete verworfen werden.

Betrachten wir die Frage nur vom Standpunkte der Lichtgeschwindigkeit aus, so erscheint als einfachste Konvention sicher diejenige, welche der Lichtgeschwindigkeit denselben konstanten Wert in bezug auf jedes geradlinig gleichförmig bewegte Bezugssystem zuschreibt. Dies ist der Standpunkt der Einsteinschen Relativitätstheorie. Er erweist sich als einfach und bequem im Falle des de Sitterschen Problems, führt aber zur Verwerfung unserer klassischen Vorstellung über Raum und Zeit, was keineswegs als Beispiel einer großen Einfachheit anzusehen ist.

Als gewisser Gegensatz zu dieser Konvention tritt das Paschskysche Prinzip, welches die klassischen Vorstellungen über absoluten Raum und absolute Zeit behält, als Hodograph der Lichtgeschwindigkeiten aber ein gestrecktes Rotationsellipsoid mit der Lichtquelle im Brennpunkte annimmt. Die Vereinfachung durch Zurückkehrung an die klassischen Raum- und Zeitbegriffe wird hier durch eine größere Kompliziertheit der Grundkonvention erkauft, weil ja eine Sphäre stets einfacher als ein Ellipsoid ist. Man kann noch eine allgemeinere Konvention machen, welche unter Beibehaltung der klassischen Raumvorstellung dem Michelsonschen Versuche Genüge leistet. Sie ist durch die Formel

$$\sigma_\varphi = \frac{\sigma(v)}{1 \pm k(v, \varphi)}$$

gegeben, wo $k(v, \varphi)$ eine Funktion von v und φ ist, welche sich nach dem Argument φ in eine Kosinusreihe entwickelt. Alle hier besprochenen Konventionen bilden eine gemeinsame Kategorie, welche dadurch gekennzeichnet wird, daß die Lichtgeschwindigkeit längs des Strahles konstant ist. Wirft man diese Einschränkung weg, so erhält man noch eine unendliche Zahl von möglichen Konventionen, welche aber wie selbst, so auch in ihren Folgerungen höchst kompliziert und daher unbequem sind. Als Beispiel erwähne ich die von Herrn Lenard skizzierte Theorie, gegen welche vom Standpunkte des Experimentes und der Logik aus absolut nichts einzuwenden ist.

Alle hier besprochenen Konventionen können als Ausgangspunkte einer Darstellungsform der physikalischen Erscheinungen dienen, welche eben, weil sie nur Darstellungsformen sind, nie empirisch bestätigt oder widerlegt werden können. Obwohl dies schon aus der Unmöglichkeit der wahren Lichtgeschwindigkeitsmessung folgt, so bin ich mir doch ganz bewußt, daß man diese Ansicht nur dann allgemein teilen wird, wenn wirklich neue nicht-Einsteinsche Relativitätstheorien sowie Absolutttheorien geschafft werden und an ihnen ihre empirische Gleichwertigkeit erkannt wird. Dies ist Sache der Zukunft. Mit dem Aufbau einer auf dem Paschskyschen Prinzip begründeten systematischen Absolutttheorie bin ich fortwährend beschäftigt und hoffe sie bald den Fachgenossen mitteilen zu können. Ich erwähne hier nur kurz folgendes Resultat, welches bald in der Zeitschr. f. Physik erscheinen wird. Sucht man elektromagnetische Feldgleichungen aufzustellen, welche dem Paschsky-Prinzip genügen, so gelangt man formal zu den allgemein kovarianten E.M.-Feldgleichungen der allgemeinen Relativitätstheorie mit einer neuen Interpretierung derselben. Die g^{ik} sind hier neue Feldzustandsgrößen, welche den Charakter eines kontravarianten Tensors haben, welche aber nichts mit der Metrik zu tun haben und daher in einem kartesischem System nicht mehr

die üblichen Normalwerte annehmen. In analoger Weise könnte man auch die Einsteinschen Gravitationsgleichungen deuten. Man wird sofort erwidern, die ganze Theorie verliere an Einheitlichkeit und vielleicht Großartigkeit. Ja; sie gewinnt aber an Allgemeinheit, weil die Annahme, die g^{ik} seien irgendwelche Feldzustandsgrößen, allgemeiner ist als die Behauptung, sie seien die Bestimmungsstücke der Raum- und Zeitmetrik.

Zum Schluß betone ich noch einmal, daß ich mich nicht mit einer Kritik der Relativitätstheorie beschäftige, sondern nur mit Untersuchungen von ihrem wahren Platz im Gebäude der theoretischen Physik.

Ich denke, daß dieser Standpunkt für die Theorie selbst vorzüglicher ist. Mein Ziel ist nicht das Emporheben oder das Niederschlagen der einen oder der anderen Theorie, sondern möglichst den Weg zu der objektiven wissenschaftlichen Wahrheit zu finden, das Streben, welches uns hier alle vereinigt.

Diskussion.

Herr Lanczos: Der Herr Vortragende beachtet nicht den wesentlichen Unterschied zwischen einer Arbeitshypothese und einer Theorie. Eine Arbeitshypothese ist ein Gerüst, das aufgebaut und wieder abgebaut wird und beliebiger, dem jeweiligen Zweck entsprechenden Abänderungen fähig ist. Eine Theorie ist ein allgemeiner Grundplan, der entweder richtig ist oder nicht. Es ist ein Irrtum zu meinen, daß die Relativitätstheorie auf konventionellen Voraussetzungen beruht. Die große Stärke dieser Theorie besteht gerade in ihrer logischen Folgerichtigkeit, indem sie die rein logischen, von jeder Willkür freien Grundlagen der Differentialgeometrie zu den allgemeinen Grundlagen der Naturbetrachtung macht, so daß die Denknotwendigkeit zu einer Naturnotwendigkeit wird. Mag auch die Rolle der elektrischen Kräfte noch ungeklärt sein, so ergeben sich doch schon aus den allgemeinen Grundlagen eine Fülle von notwendigen Konsequenzen, die der experimentellen Prüfung sehr wohl zugänglich sind. Das Nichteintreffen irgendeiner Voraussage würde die ganze Theorie widerlegen können. Ebenso ist aber jede Bestätigung als starke Stütze für sie anzusehen.

Herr v. Raschevsky: Ich kann Herrn Lanczos nicht zustimmen, weil, wenn z. B. die Lichtablenkung einen nicht mit der Einsteinschen Formel übereinstimmenden Wert ergibt, man die Sache dadurch retten konnte, daß man, unter Beibehaltung der allgemeinen Kovarianz die Gravitationsgleichungen von höherer als zweiter Ordnung annimmt.

A. Landé (Tübingen), Schwierigkeiten in der Quantentheorie des Atombaues, besonders magnetischer Art.

Die Bohrsche Theorie nimmt an, daß die mechanischen Grundgesetze wenigstens in den stationären Zuständen der Elektronensysteme gültig seien. Man versuchte deshalb die Quantenbahnen mit Hinzuziehung der astronomischen Störungsmethoden zu berechnen. Aber besonders Bohr selbst hat oft darauf hingewiesen, daß wir vorbereitet sein müssen, nicht einmal bei den stationären Quantenbahnen die mechanischen Gesetze bestätigt zu finden, jedenfalls wenn es sich um gekoppelte Systeme handelt, d. h. um Systeme mit mehr als einem Elektron. Und in der Tat ist man bei dem einfachsten gekoppelten System, dem *He*-Atom, zwar zu einem ungefähren Bild über die den verschiedenen Spektraltermen zugrunde liegenden Bahnen gelangt, im einzelnen endigten aber die großangelegten störungstheoretischen Untersuchungen über die Heliumterme von Kramers, van Vleck, Kemble, Born und Heisenberg mit der Erkenntnis, daß die Mechanik hier versagt. Nach diesem negativen Resultat ist es umso wichtiger, eine positive Grundlage zu bekommen, um die im Atom wirkenden Gesetze der noch unbekannten „Ersatzmechanik" zu finden. Es scheint nun, daß neuere Ergebnisse über die Multiplettstruktur und den Zeemaneffekt der Spektralterme wenigstens einige Fingerzeige in dieser Richtung bieten, zusammen mit dem magnetomechanischen Effekt von Barnett und Einstein-de Haas und dem Atomstrahlversuch von Stern und Gerlach.

Angriffspunkte für die gesuchte Modifikation der Mechanik können besonders solche Eigenschaften der Elektronensysteme bieten, bei denen offene Widersprüche gegen die gewohnten Quantenregeln zutage treten. Einige dieser Widersprüche sollen im Folgenden zusammengestellt werden, und zwar in etwas apodiktischer Form, trotzdem die zugrunde liegenden Vorstellungen keineswegs endgültige Klärung und Anerkennung gefunden haben, sondern nur die nach Ansicht des Vortragenden einfachste und formal durchsichtigste Deutung der spektroskopischen und magnetischen Erfahrung darstellen.

Das Impulsvektorgerüst des Atoms läßt sich beschreiben durch den Drehimpulsvektor R des Atomrumpfes (im Maß $h/2\pi$), den Drehimpuls K des äußersten Valenz- oder Leuchtelektrons, und den aus den Vektoren R und K resultierenden Drehimpuls J des Atoms als Ganzes. K hat zur Verfügung die Quantenzahlen

$$K = {}^1/_2,\ {}^3/_2,\ {}^5/_2,\ {}^7/_2 \ldots \qquad (1)$$

und gibt dann Anlaß zu einem

s, p, d, f, ... -Term.

R hat zur Verfügung die Quantenzahlen

$$R = {}^1/_2,\ {}^2/_2,\ {}^3/_2,\ {}^4/_2 \ldots \qquad (2)$$

und gibt dann Anlaß zu einem Singulett-, Dublett-, Triplet-, Quartett-, ... -Term. Das Vorkommen solcher (A) **halber Quantenzahlen**[1]) ist der erste Widerspruch gegen die gewohnten Regeln.

Durch vektorielle Zusammensetzung von R und K unter verschiedenen Winkeln gewinnt man verschiedene Gesamtimpulsvektoren J, welche Anlaß geben zu der Multiplizität der Terme[2]). Quantentheoretisch erwartet man für J dann die Werte $J = R + K$, $R + K - 1$, $R + K - 2, \ldots$ bis $|R - K|$. Statt dessen finden sich empirisch für J die Werte:

$$J = R + K - {}^1/_2,\ R + K - {}^3/_2, \ldots \text{ bis } |R - K| + {}^1/_2. \qquad (3)$$

Befindet sich das Atom im äußeren Magnetfeld $\mathfrak{H}$, und bedeutet $m = J\cos(J\mathfrak{H})$ die äquatoriale Quantenzahl des Atoms, so erwartet man für m die Werte $m = J,\ J - 1,\ J - 2, \ldots$ bis $(-J)$. Statt dessen findet man die Werte:

$$m = J - {}^1/_2,\ J - {}^3/_2, \ldots \text{ bis } -J + {}^1/_2. \qquad (4)$$

Es erscheint also nach (3) und (4) jedesmal (B) **ein Wert weniger als erwartet**[3]).

Die magnetische Energie des Atoms im Feld $\mathfrak{H}$ sollte normalerweise gleich $m \cdot o \cdot h$ sein (o = Larmorfrequenz), ist in Wirklichkeit aber, wie die Termanalyse der magnetischen Aufspaltungstypen zeigt, gleich

$$m \cdot g \cdot o \cdot h, \qquad (5)$$

mit (C) einem **Aufspaltungsfaktor** $g \neq 1$. g hängt dabei von R, K, J ab (s. unten) und ist speziell bei den s-Termen ($K = {}^1/_2$) gleich 2.

Wir erläutern das Vorige an dem Versuch von Stern und Gerlach[1]). Daß hier zwei abgelenkte Atomstrahlen im Abstand ± 1 Magneton, aber kein unabgelenkter Strahl auftritt, deuteten Stern und Gerlach ursprünglich so, es besitze das untersuchte Silberatom (Dublett-s-Termzustand) 1 Magneton als magnetisches Moment und stelle seine Achse parallel ($m = +1$) bzw. antiparallel ($m = -1$), nicht aber quer zum Feld ($m = 0$) ein, entsprechend dem bekannten Querstellungsverbot von Bohr. Die spektroskopischen Erfahrungstatsachen führen aber zu folgender anderer Deutung. Mit seinem $J = 1$ stellt sich das Silberatom nicht mit den Projektionen $m = \pm 1$ unter Ausschluß von $m = 0$ ein, sondern nach (4) mit $m = \pm {}^1/_2$. Das Fehlen des unabgelenkten Strahls ist also nicht durch ein Ausnahmeverbot, sondern als Spezialfall der allgemeinen Regel (B) zu erklären. Übrigens ist Bohrs Querstellungsverbot nicht aufrecht zu erhalten, da jede Parallelkomponente in der Bildmitte beim Zeemaneffekt die Existenz der Querstellung $m = 0$ beweist. Zu $m = \pm {}^1/_2$ beim Silberatom würde nun normalerweise eine Strahlenablenkung von $\pm {}^1/_2$ Magneton gehören. Wegen (5) ist aber für die magnetischen Eigenschaften nicht m, sondern $m \cdot g$ maßgebend, und g ist, wie erwähnt, bei den s-Termen gleich 2, daher $m \cdot g = \pm {}^1/_2 \cdot 2 = \pm 1$ im Einklang mit Stern-Gerlach. Bei Quecksilberatomstrahlen (Singulett-S-Termzustand mit $J = {}^1/_2$) erwartet man keine magnetische Ablenkung, weil nach (4) das Atom mit $J = {}^1/_2$ sich quer zum Feld stellt ($m = 0$). Ebenso wird sich ein Heliumatom im Normalzustand (Parhelium-Singulett-S-Term $J = {}^1/_2$) stets quer ($m = 0$) zu einem angelegten Feld $\mathfrak{H}$ stellen und daher trotz seines Drehimpulses $J = {}^1/_2$ keinen Paramagnetismus zeigen. Allgemein kann man natürlich die verschiedenen magnetischen Momentkomponenten mg der Atome und Ionen im Feld ohne weiteres aus den spektroskopisch bestimmten Zeemantermen mg voraussagen (Spektroskopische Bestimmung paramagnetischer Momentkomponenten = Zeemantermbestimmung), ohne auf irgendwelche Modellvorstellungen einzugehen. Der spektroskopisch gefundene Wert $g = 2$ bei den s-Termen findet eine weitere Auswirkung bei den magnetomechanischen Versuchen, welche einen doppeltnormalen Effekt zeigen.

1) Halbe Quantenzahlen traten zuerst auf bei der Termanalyse der Zeemantypen, nämlich halbzahlige m. Heisenberg führte dazu in seinem (inzwischen verlassenen) magnetooptischen Modell auch halbzahlige K und R ein, ließ aber J ganzzahlig.

2) A. Landé, Verh. d. D. Phys. Ges. **21**, 585, 1919.

3) Bohr betrachtet nicht J, sondern $J + {}^1/_2$ als Gesamtimpuls des Atoms (Kayserheft), erhält also statt (B) jedesmal zwei Werte m weniger als erwartet. Sommerfeld nimmt $J - {}^1/_2$ als Gesamtimpuls an, um dem Widerspruch (B) ganz zu entgehen; es ist aber fraglich, ob nicht allgemeine Gründe des Atombaus letztere Annahme verbieten. U. a. steht Sommerfelds neuartiger Versuch (Ann. d. Phys. **70**, 32, 1923) den Gesamtimpuls des Atoms in geometrisch formaler Weise aus dem Impulsvektor des unangeregten Atoms und dem „Impulsvektor der Anregung" zusammenzusetzen, in scharfem Gegensatz zu dem modellmäßigen Deutungsversuch der Multipletstruktur durch Zusammensetzung des Gesamtimpulses aus den Impulsvektoren der einzelnen Elektronenbahnen bzw. Bahngruppen (Rumpf und Leuchtelektron). In der soeben in dieser Zeitschrift erschienenen Arbeit von Sommerfeld über „spektroskopische Magnetonenzahlen" werden die vom Verf. aus dem Zeemaneffekt spektroskopisch ermittelten Projektionen der magnetischen Momente auf die Feldrichtung zu einer Deutung der Magnetonen selber herangezogen, welche von der früheren Deutung des Verf. und von der noch andern Deutung Bohrs abweicht. Welche der drei vorläufig hypothetischen Magnetonenzahldeutungen die richtige ist, kann wohl eindeutig nach dem gegenwärtigen Stand der Quantentheorie kaum entschieden werden (Anm. bei der Korr.).

1) Stern u. Gerlach, Zeitschr. f. Phys. **9**, 349 und 353, 1922.

Wir kommen jetzt zu einem weiteren Widerspruch, der sich am einfachsten zusammenfaßt in der Formel

$$J^+ = R - \tfrac{1}{2}, \qquad (6)$$

d. h. der Impuls eines +-Ions ist um $^1/_2$ Quantum kleiner als der Impuls desselben Ions, wenn es als Rumpf R des kompletten Atoms auftritt. Anders ausgedrückt: Trennt man Rumpf R und Leuchtelektron K eines Atoms durch Hebung von K auf immer höhere Erregungsstufen, so behält R seinen Impuls bei bis zu beliebig lockerer Bindung des K; sobald aber K ganz abgetrennt wird, wird der Impuls des zurückbleibenden Ions plötzlich um $^1/_2$ kleiner (Unterschied zwischen unendlich lockerer Bindung und fehlender Bindung des K). Die fundamentale Paradoxie dieses Resultates betont besonders Bohr[1]), indem er obige Formel (6) in der Gestalt

$$2J^+ = 2R - 1 \qquad (7)$$

betrachtet und damit sagt, daß die Zahl $2J^+$ der räumlichen Stellungen eines Ions im äußeren Magnetfeld um 1 kleiner wird, sobald das Ion zum Rumpf R eines Atoms bei beliebig loser Koppelung des eingefangenen Valenzelektrons wird. Die Zahl der Stellungen von J^+ bzw. R im Magnetfeld hängt nämlich eng zusammen mit dem apriorischen Gewicht des als J^+ bzw. R auftretenden Elektronensystems. Das fundamentale Theorem der **adiabatischen Invarianz der apriorischen Gewichte** (Ehrenfest), welches eine Grundlage von Bohrs Aufbauprinzip bildet, ist also bei der Einfangung von Elektronen **durchbrochen** (*D*).

Ein weiterer Widerspruch zeigt sich bei dem oben eingeführten Aufspaltungsfaktor g, der in schwachem äußeren Magnetfeld als Funktion der Quantenimpulse R, K, J zu berechnen ist durch

$$g_{\text{schwach}} = \frac{3}{2} + \frac{R^2 - K^2}{2(J^2 - \tfrac{1}{4})}. \qquad (8)$$

Diese Formel würde sich in der Gestalt

$$g_{\text{schwach}} = 1 + \frac{R\cos(RJ)}{J} \qquad (8')$$

schreiben lassen, wenn nicht im Nenner von (8) (*E*) der **Summand** $-^1/_4$ stände. Ohne dieses $^1/_4$ würde die unter (*C*) angeführte Anomalität $g \neq 1$ sich bei allen Multiplikationen auf die eine Annahme zurückführen lassen, daß der Rumpf R mit doppelter magnetischer Energie auftritt, also $2R$ Magnetonen besitzt, während das Leuchtelektron K in normaler Weise K Magnetonen besitzt. In starkem äußeren Feld gilt nach W. Pauli[2]) die g-Formel:

$$\left.\begin{aligned} g_{\text{stark}} &= \frac{m_K + 2m_R}{m} \\ \left[m = m_K + m_R,\ \begin{matrix} m_K = K\cos(K\mathfrak{H}) \\ m_R = R\cos(R\mathfrak{H}) \end{matrix}\right] &, \end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

bei der die verdoppelte magnetische Energie des Rumpfes durch den Faktor 2 an m_R rein zum Ausdruck kommt, ohne Störung durch das $^1/_4$. Paulis Resultat läßt sich demnach so deuten, daß in starkem äußeren Feld die Mechanik in weiterem Maße in Kraft bleibt als in schwachem Feld: in letzterem tritt zu der in (*A*), (*B*), (*D*) erwähnten Modifikation der Quantenbedingungen und der für (*C*) verantwortlichen Verdoppelung des Rumpfmagnetons noch eine besondere Modifikation (*E*) der Mechanik, welche fortfällt, wenn das starke äußere Feld die gegenseitige Koppelung von R mit K übertönt; dabei wird dann R für sich und K für sich im starken Feld $\mathfrak{H}$ eingestellt mit den äquatorialen Komponenten [vgl. (4)]:

$$\begin{aligned} m_R &= R - \tfrac{1}{2},\ R - \tfrac{3}{2}, \ldots \text{ bis } -R + \tfrac{1}{2}, \\ m_K &= K - \tfrac{1}{2},\ K - \tfrac{3}{2}, \ldots \text{ bis } -K + \tfrac{1}{2}. \end{aligned} \qquad (10)$$

Pauli zeigt, wie man aus den als bekannt vorausgesetzten Paschen-Back-Termwerten mg_{stark} die Zeeman-Termwerte mg_{schwach} gewinnen kann (statt sie aus der g-Formel (8) zu berechnen), nämlich durch ein auf Heisenberg zurückgehendes Prinzip der „Permanenz der g-Summen"

$$\sum_J g_{\text{stark}} = \sum_J g_{\text{schwach}} \quad (R,\ K,\ m \text{ konstant}). \qquad (11)$$

Wir fassen Paulis Methode zur Gewinnung der g_{schwach} (Formel 8) aus den g_{stark} (Formel 9) auf als einen Weg zur formalen Überwindung der unbekannten Mechanik gekoppelter Systeme, mit Hilfe der Permanenz der g-Summen: Man berechne einen Serienterm ν modellmechanisch unter Berücksichtigung der Resultate (*A*), (*B*), (*C*), (*D*) zunächst in starkem äußeren Feld, wo er den Wert $\nu + mg_{\text{stark}} \cdot o$ hat; nachträglich setze man formal statt des g_{stark} das nach (8) bekannte zugehörige g_{schwach} ein! Dabei muß man aber darauf achten, daß auch die Mittellage ν des feldlosen Terms bei Anlegung des Magnetfeldes verändert wird. Nennt man nämlich ν_0 den „Schwerpunkt" des Termmultiplets, so wird ein feldloser Multipletterm bei $\nu = \nu_0 + \gamma\omega$ liegen, wobei ω eine für alle Terme des Multiplets gemeinsame Frequenzgröße, γ einen von J noch abhängigen Intervallfaktor bedeuten soll, der den „Hebelarm" vom „Schwerpunkt" ν_0 zum feldlosen Term ν mißt. Im äußeren Magnetfeld wird ν dann vollständig beschrieben durch

$$\nu = \nu_0 + \gamma\omega + mgo. \qquad (12)$$

Ebenso wie g wird auch γ von schwachem zu starkem Feld verwandelt. Wieder postulieren

1) N. Bohr, Kayser-Heft, Ann. d. Phys. **71**, 228, 1923.
2) W. Pauli, Zeitschr. f. Phys. **16**, 155, 1923.

wir, daß in starkem Feld γ mechanisch zu berechnen sei, nämlich als Maß für die gegenseitige Energie von R gegen K durch den $\cos(RK)$. In starkem Feld kommt durch die unabhängige Präzession von R und K um $\mathfrak{H}$ nur der Mittelwert[1]

$$\gamma_{\text{stark}} = \cos(RK) = \cos(R\mathfrak{H}) \cdot \cos(K\mathfrak{H}) = \left| = \frac{m_R}{R} \cdot \frac{m_K}{K} \right| \quad (13)$$

in Betracht. Von diesem γ_{stark} gehen wir durch ein entsprechendes Prinzip der „Permanenz der γ-Summen“

$$\sum_J \gamma_{\text{stark}} = \sum_J \gamma_{\text{schwach}} \quad (R, K, m \text{ konstant}) \quad (14)$$

nach Paulis Rezept zu dem zugehörigen γ_{schwach} über. Allgemein ergibt sich dann die Formel

$$\gamma_{\text{schwach}} = \frac{J^2 + \frac{1}{4} - R^2 - K^2}{2RK}, \quad (15)$$

welche mit der Intervallregel des Verf. im Einklang ist. Diese Formel würde sich in der Gestalt

$$\gamma_{\text{schwach}} = \cos(RK)$$

schreiben lassen, wenn im Zähler nicht (E) der **Summand** $+ {}^1/_4$ stände. Die beiden Permanenzprinzipien (11) und (14) zeigen also nach dieser Auffassung einen Weg, um die unbekannte Mechanik gekoppelter Termzustände formal zu umgehen auf dem Umweg über die bekannte Mechanik der Termzustände in starkem äußeren Magnetfeld.

1) Man kann, wenn von der Modifikation (E) abgesehen wird, den anomalen Zeemaneffekt darauf zurückführen, daß das Leuchtelektron K mit normaler Larmorfrequenz o, der Rumpf aber mit $2o$ um $\mathfrak{H}$ präzessieren will. In schwachem äußeren Feld schließen beide den Kompromiß, ihre Resultante J mit $g \cdot o$ präzessieren zu lassen. In starkem Feld machen sich K und R unabhängig und präzessieren mit o bzw. $2o$ für sich um $\mathfrak{H}$. g ist für die Grundtermzustände (s-Term) gleich 2; damit hängt eng zusammen der doppeltnormale magnetomechanische Effekt nach Barnett, Einstein-de Haas und Beck. (Vgl. Zeitschr. f. Phys. II, 353, 1922).

Aloys Müller (Bonn), **Der Sinn der physikalischen Axiomatik.**

In den letzten Jahren ist ein starkes Bestreben aufgetreten, nach dem Vorbilde der Mathematik auch eine Axiomatik der Physik zu geben. Meine Absicht ist nun nicht, verschiedene Axiomensysteme der Physik vorzuführen und sie auf ihre Brauchbarkeit zu untersuchen. Ich will vielmehr die allgemeinste Frage stellen, die für alle diese Bestrebungen, die vergangenen und zukünftigen, gilt: die Frage nach dem Sinn der physikalischen Axiomatik. Wir wollen zu verstehen suchen, was die physikalischen Axiome im Vergleich zu den mathematischen eigentlich sind und wie sie mit der Struktur des physikalischen Denkens zusammenhängen. Klare Begriffe zu schaffen, ist dabei die Hauptaufgabe.

I.

Die erste Frage ist naturgemäß: Was ist ein Axiom?

Aus den verschiedenen Ansichten über das Axiom, die im Laufe der Geschichte aufgetreten sind, läßt sich einiges Gemeinsame herausschälen, und das ist etwa dieses.

Die Sätze, die man in den exakten Wissenschaften Axiome nennen könnte, müssen zugleich zwei Eigenschaften besitzen:

1. Es sind unbewiesen hingestellte Sätze.

2. Sie dienen als Grundlage einer auf sie aufbauenden Ableitung.

Wir wollen das in den kurzen Ausdruck fassen: Die Axiome sind unbewiesene Grundsätze.

Diese Axiome scheiden sich nun in zwei Klassen, die wir die eigentlichen und die uneigentlichen Axiome nennen wollen.

Die eigentlichen Axiome sind Sätze mit unmittelbar einsichtigen Wahrheiten. Es ist zweifellos, daß es solche Sätze gibt. In der Mathematik ist innerhalb des euklidischen Bereiches z. B. das Parallelenaxiom ein solch unmittelbar einsichtiger Satz[1]). Wegen ihrer unmittelbaren Einsichtigkeit bedürfen diese Axiome keines Beweises.

Die uneigentlichen Axiome sind also die nicht unmittelbar einsichtigen Sätze, die als unbewiesene Grundsätze hingestellt werden. Als Beispiel aus der Mathematik sei das eine nichteuklidische Axiom angeführt, daß es durch einen Punkt zu einer Geraden unendlich viele Nichtschneidende gibt. Ein Beispiel aus der Physik ist die Metrik der Welt. Aus dieser zweiten Klasse scheiden wir nun aber eine Gruppe aus. Es gibt nämlich manche Sätze, die als uneigentliche Axiome benutzt wurden, aber nachher direkt bewiesen worden sind. So wurde der Fundamentalsatz der Algebra schon lange gebraucht, bevor Gauß seinen ersten strengen Beweis lieferte. Solche Sätze wollen wir ausnehmen. Infolgedessen müssen wir als ein weiteres Kriterium der uneigentlichen Axiome dies hinstellen, daß sie nicht direkt erweisbar sind. Indirekt können sie erweisbar sein gemäß

1) Darin liegt kein Widerspruch. Wenn man sagt, das euklidische Parallelenaxiom definiere erst zusammen mit anderen den euklidischen Bereich, so heißt das nicht, daß der Bereich von diesen Axiomen geschaffen wird. Er besteht unabhängig davon und die Axiome geben uns die Möglichkeit, alle seine Gesetzmäßigkeiten abzuleiten. Sie definieren ihn also in demselben Sinne, in dem z. B. die Maxwellschen elektrodynamischen Gesetze die elektrodynamischen Vorgänge definieren.

dem Typ der Wissenschaft, der sie angehören. So ist das vorhin genannte nichteuklidische Axiom direkt unerweisbar, indirekt aber dadurch erwiesen, daß sich auf ihm in Verbindung mit anderen Axiomen ein nachweislich widerspruchsloses System der Geometrie aufbauen läßt. Ein indirekter Beweis eines solchen uneigentlichen Axioms in der Physik würde sein, daß die aus ihm in Verbindung mit anderen entwickelte Theorie die Erfahrung richtig darstellt.

II.

Das war eine mehr formale Charakterisierung der beiden Klassen der Axiome. Wir kommen nun zu der wichtigeren und tieferen Frage: Welches ist ihr logischer Charakter? Wie wirkt er sich in dem Unterschiede der Klassen und in ihrer Funktion beim Denken aus?

Wir fassen zunächst wieder die eigentlichen Axiome ins Auge. Es ist bekannt, daß manche Mathematiker (wie Riemann) und manche Physiker (wie Helmholtz) die eigentlichen Axiome für empirische Sätze ansehen, die wir also auf Grund der Erfahrung gewinnen. Darin haben wir nun heute Klarheit. Richtig an dieser Auffassung ist, daß wir ohne die Erfahrung niemals zu diesen Axiomen kommen könnten, unrichtig aber ist, daß sie ihre Geltung aus der Erfahrung beziehen. Jene Gelehrte verwechseln den Weg der Erforschung, den psychologischen Vorgang unserer Erfassung der Axiome mit dem Grunde ihrer Geltung.

Den Gegensatz dazu bilden diejenigen, die in den eigentlichen Axiomen Denknotwendigkeiten erblicken.

Wir sind heute imstande, einen mittleren Weg zwischen diesen beiden Extremen zu weisen. Die eigentlichen Axiome sind nicht empirische Sätze und nicht Denknotwendigkeiten, sondern Sachnotwendigkeiten. Um das zu erläutern, gehen wir einmal in das Gebiet der Mathematik. Wir können uns unter den mathematischen Gegenständen (den Zahlen und den geometrischen Gegenständen) denken, was wir wollen. Sicher ist aber eines: diese Gegenstände besitzen, was immer sie auch sein mögen, eine von uns ganz und gar unabhängige Gesetzmäßigkeit. Wir vermögen diese Gesetzmäßigkeit nur zu suchen, zu studieren, zu verstehen, aber nicht zu ändern. Wir sind hier im Banne der Sache. Die Sache selbst mit ihren Eigenschaften zwingt uns, so und nur so zu denken. Diese Gesetzmäßigkeit ist es ja in der Hauptsache, auf die es der Mathematiker abgesehen hat. Nun drücken alle Gesetzmäßigkeiten Beziehungen oder Relationen aus. Behalten wir das im Auge, so können wir die eigentlichen Axiome definieren: die eigentlichen Axiome erfassen die einfachsten Relationen. Jetzt verstehen wir, warum ich von Sachnotwendigkeit sprach: die mathematischen Gegenstände selbst besitzen diese Relationen.

Wie ist jetzt die unmittelbare Einsichtigkeit der eigentlichen Axiome zu verstehen? Sie rührt daher, daß wir alle einfachsten Relationen unmittelbar geistig zu schauen imstande sind. Wir können uns an einem simplen Beispiele überzeugen, daß wir diese Fähigkeit wirklich besitzen. Wenn wir zwei Farben nebeneinander sehen, etwa Rot und Blau, so sehen wir nicht bloß das Rot und das Blau, sondern uns wird auch sofort der Unterschied von Rot und Blau bewußt, und jeder Unterschied ist ja eine einfache Relation. Dieser Unterschied ist etwas Eigenartiges, das neben dem Rot und dem Blau auch da ist. Es ist nicht an dem Rot oder an dem Blau oder dazwischen. Aber es gibt ihn, er geht in uns ein, wir bemerken ihn, wir sehen ihn. Wir sehen ihn nicht mit den körperlichen Augen, denn der Unterschied ist nichts Rotes oder Blaues, nichts Rundes oder Eckiges. Er ist uns geistig gegenwärtig, wir schauen ihn geistig. So wie hier ist es bei allen einfachen Relationen, auch bei denen also, die die eigentlichen Axiome ausdrücken. Ich weiß, daß wohl den meisten Physikern diese Erklärung der unmittelbaren Einsichtigkeit der eigentlichen Axiome unbekannt und unbehaglich ist, obgleich es eines der sichersten Ergebnisse der heutigen Erkenntnistheorie ist, daß das unmittelbare geistige Schauen einer der Wege zur Erkenntnis ist. Hier muß die Zeit an Neues gewöhnen.

Wir gehen zu den uneigentlichen Axiomen über. Ihrem allgemeinen Charakter nach stimmen sie mit den eigentlichen überein, weil sie natürlich ebenfalls Relationen ausdrücken. Aber ihr besonderer Charakter ist von ihnen verschieden, und diese Verschiedenheit gibt ihnen einen ganz anderen Typus. Die Relationen nämlich, die sie ausdrücken, sind entweder so kompliziert (bei der Mathematik) oder so allgemein (bei der Physik), daß sie nicht unmittelbar einsichtig sind. Sie sind erst mittelbar erweislich. Infolgedessen besitzen die uneigentlichen Axiome etwas, was den eigentlichen fehlt: die Korrekturfähigkeit. Sie können berichtigt oder durch andere ersetzt werden. Diese Eigenschaft ist so wichtig, daß wir ihr eine eigene Überlegung widmen müssen.

III.

Wir tun das, indem wir die Frage zu beantworten suchen: Gibt es bei den uneigentlichen Axiomen eine Willkür?

An dieser Frage ist die Physik besonders interessiert. Denn die Physik kennt nur un-

eigentliche Axiome; den Grund dafür lernen wir noch kennen. Neuerdings ist die Willkür bei den physikalischen Axiomen stark betont worden. Man hat ganze Theorien der physikalischen Erkenntnis auf die unbestreitbare Tatsache aufgebaut, daß die Physik heute diese, morgen jene Axiome braucht. Man weist dabei zum Vergleich wohl gerne auf die Mathematik hin, wo das Dasein der nichteuklidischen Geometrien die Willkür in der Wahl des Axiomensystems dartun soll.

Es ist leicht einzusehen, daß die Mathematik hier zu Unrecht angerufen wird. Hier herrscht keine Willkür, wenigstens keine echte Willkür. Verschiedene Axiomensysteme schneiden hier verschiedene Bereiche aus dem Gesamtgebiete der mathematischen Gegenstände aus. Zu dem euklidischen Axiomensystem gehört der Bereich der euklidischen mathematischen Gegenstände, zu den verschiedenen nichteuklidischen Axiomensystemen gehören die Bereiche der verschiedenen nichteuklidischen mathematischen Gegenstände usw. Diese Bereiche decken sich übrigens zum Teil. Also von echter Willkür keine Spur. Nur eine scheinbare Willkür tritt dadurch auf, daß wir im Laufe der Geschichte durch versuchsweise Änderung eines Axiomensystems neue Systeme und die zu ihnen gehörigen Gegenstandsbereiche entdecken.

Ähnlich liegen die Verhältnisse auf dem physikalischen Gebiete. Auch hier gibt es eine scheinbare Willkür, wenn auch von etwas anderem Charakter als in der Mathematik. Sie müssen wir uns verständlich machen. Das erste, was uns bei der Erforschung der physischen Wirklichkeit entgegentritt, sind naturgemäß Tatsachen und Sachverhalte der allerspeziellsten Art: hier (an diesem Raumorte), jetzt (in diesem Zeitpunkte) wird dieses oder jenes besonders beobachtet. Das Allgemeinere und Allgemeinste in der Struktur dieser Wirklichkeit ist etwas, was wir erst nach vielem Bemühen mit Hilfe dieses Speziellen finden. Und zwar finden auf verschiedenen Wegen, und auf einem dieser Wege stoßen wir auf die physikalischen Axiome. Wenn wir nämlich eine Theorie aufbauen wollen, die die Struktur der physischen Wirklichkeit so darstellt, daß sie das Spezielle abzuleiten gestattet, dann müßten wir streng genommen das Allgemeine und Allgemeinste dieser Struktur kennen. Denn jede physikalische Theorie geht notwendig vom Allgemeinen zum Besonderen. Wir kennen es aber nicht. Da bleibt nichts anderes übrig, als darüber probeweise Voraussetzungen zu machen, und diese Voraussetzungen sind die physikalischen Axiome. Daran, ob die Theorie die speziellen Tatsachen der Wirklichkeit ergibt oder nicht, wird sich zeigen, ob die Voraussetzungen richtig sind oder nicht. Haben wir die richtigen Axiome nicht getroffen, so nehmen wir andere und versuchen es mit ihnen. So ist es verständlich, wie die physikalischen Axiome sich ändern können und eine scheinbare Willkür zeigen.

Auf diese Art geht die indirekte Nachweisung der Richtigkeit der physikalischen Axiome langsam ihren Weg, natürlich mit vielen Irr- und Umwegen, aber sie geht ihn. Die Physik hat stets so gearbeitet, weil sie so arbeiten muß. Stets hat sie allgemeinere und speziellere Voraussetzungen gemacht, meist ohne sie ausdrücklich als solche zu formulieren oder ohne sie Axiome zu nennen. Zu den allgemeinsten Voraussetzungen, die sie stillschweigend immer benutzt hat, gehört das, was ich Strukturkonstanz nennen möchte, d. h. wir nehmen an, daß keine gesetzlosen Änderungen der Struktur vorkommen. Zu den weniger allgemeinen gehört die Metrik. Noch spezieller sind Voraussetzungen spezieller physikalischer Theorie, die direkt unerweisbar sind. Solche sind z. B. die Maxwellschen elektrodynamischen Gesetze.

Die Korrekturfähigkeit der physikalischen Axiome steht im umgekehrten Verhältnis zu ihrer Allgemeinheit: je spezieller ein Axiom ist, desto leichter kann es durch ein anderes ersetzt werden. Es scheint, daß die allgemeinsten Axiome z. B. das der Strukturkonstanz, überhaupt unersetzbar sind.

Ohne weiteres bietet sich als eine Einteilung der physikalischen Axiome die in unmittelbare und mittelbare dar. Unmittelbare Axiome sind solche, die direkt für den Aufbau der Theorie benutzt werden (z. B. die später in anderem Zusammenhang noch zu nennenden Hilbertschen Axiome, die schon angeführten Maxwellschen elektrodynamischen Gesetze). Mittelbare Axiome sind solche, die nur vorausgesetzt, aber nicht direkt bei der Ableitung gebraucht werden (z. B. das Axiom der Strukturkonstanz, die metrischen Axiome). Weiter auf die Theorie der physikalischen Axiome einzugehen, ist nicht meine Aufgabe.

Axiomatisierung der Physik ist also durchaus nichts Neues, was noch nie da war und was ungeahnte Erkenntnismöglichkeiten eröffnet, sondern nur ein bewußtes Tun dessen, was bisher größtenteils unbewußt geschah und was notwendig in der Struktur des physikalischen Denkens begründet liegt. Axiomatisierung der Physik ist auch keine Vergewaltigung der Natur, keine willkürliche Bestimmung der physischen Gegenstände, sondern ein Abtasten der physischen Wirklichkeit nach ihrer allgemeinen Struktur,

soweit sie direkt sich dem Nachweise entzieht[1]). Eine vollkommene physikalische Axiomatik ist erst möglich, wenn wir alles wissen, und dann ist sie überflüssig. Das ist die natürlichste, jedem Physiker naheliegendste und von der Natur des physikalischen Denkens geforderte Deutung der Tatsache der zeitlichen Änderung der physikalischen Axiome.

IV.

Diese Tatsache hat in der letzten Zeit andere Deutungen erfahren, von denen im wesentlichen zwei in Betracht kommen.

Die erste stammt von Reichenbach[2]). Kant hat nach ihm gezeigt, daß im Begriff des Gegenstandes Elemente vorhanden sind, die von der Natur des Realen unabhängig sind. Dazu gehören z. B. Raum, Zeit, Kausalität. Wegen dieser Unabhängigkeit sind sie willkürlich. Sie liegen nicht auf der objektiven Seite, sondern auf der subjektiven, und darum kann das Subjekt beliebig damit verfahren. Es gibt also notwendige Axiome, die von der Natur des Realen bestimmt sind, und willkürliche, die der Physiker beliebig ändern kann.

Die zweite Deutung ist noch radikaler. Sie wird von Carnap vertreten[3]) und knüpft an die Philosophie von Ernst Mach an. Dem Physiker stehen als Material, woran er sich betätigt, die Empfindungsinhalte gegenüber: Farben, Töne, Drucke usw. Er hat die Aufgabe, seine Theorie, die von Elektronen, Ionen, elektromagnetischem Feld usw. spricht, diesen Empfindungsinhalten zuzuordnen. Seine Theorie baut er auf Axiomen auf. Die Axiome haben also gar keine Beobachtungsinhalte zum Gegenstand, sondern nur formale Bestimmungen, die den Wahrnehmungsinhalten zugeordnet werden. Darum kann man für jedes beliebige Axiomensystem das erzielen, was man Übereinstimmung mit der Wirklichkeit nennt. Man braucht bloß den Zuordnungsbeziehungen die geeignete Form zu geben.

Gegen diese beiden Deutungen und gegen alle entsprechenden lassen sich drei Einwände erheben.

Erstens sind diese Deutungen überflüssig. Denn die Tatsache der zeitlichen Änderung der physikalischen Axiome, die sie erklären wollen, ergibt sich notwendig aus der Art des physikalischen Denkens. Es ist alles in der Axiomatik vollständig ohne diese Deutungen verständlich.

Zweitens widersprechen die Deutungen eigentlich der Tatsache der zeitlichen Änderung der Axiome. In dem betrachteten Zusammenhange kann das Wort „willkürlich" doch nur den Sinn von „gleichwertig" haben. Es sei, um bei der ersten Deutung zu bleiben, $A\,B\,C\,D\,E_w F_w G_w$ ein Axiomensystem, in dem die willkürlichen Axiome durch das angehängte w bezeichnet sind. Ich kann dieses System ersetzen durch $A\,B\,C\,D\,M_w N_w O_w$. Diese beiden und alle analogen Systeme müssen genau dieselbe Theorie liefern. Einen anderen Sinn kann das Wort „willkürlich" hier nicht haben. Wer nämlich behauptet, daß das eine System ein besseres Anschmiegen der Theorie an die Wirklichkeit ergebe als das andere, schlägt sich selbst ins Gesicht. Denn weil das bessere Anschmiegen nur von der Änderung der willkürlichen Axiome herrühren kann, beweist es, daß diese Axiome dennoch mit der Natur des Realen zusammenhängen, also ihre Willkür keine echte, sondern nur die uns bekannte scheinbare Willkür ist. Wer demnach echte Willkür bei den Axiomen findet, hat gar keinen Grund, an einem Axiomensystem etwas zu ändern; für ihn sind alle Axiomensysteme, soweit sie sich nur durch willkürliche Axiome unterscheiden, gleichwertig.

Endlich drittens machen die Deutungen nicht bloß die Logik der Physik, sondern die Physik selbst von der Philosophie abhängig, indem sie dem Axiomensystem, dessen Aufstellung doch Sache der Physik ist, seine Gestalt und teilweise seinen Inhalt aus philosophischen Gedanken heraus vorschreiben. Und zwar sieht man ohne weiteres, daß das philosophische Problem, in dessen Abhängigkeit hier und bei allen analogen Deutungen das Axiomensystem gerät, das Außenweltproblem ist. Leider machen auch hervorragende Physiker die Naturwissenschaft aus ganz anderem Gedankenzusammenhang heraus vom Außenweltproblem abhängig. So lesen wir bei Max Planck[1]), daß die Grundlage und die Vor-

1) Daraus folgt, daß die Axiomatisierung der Physik weder „in tiefere Schichten" der Relativitätstheorie eindringen noch ihre philosophischen Probleme irgendwie besser lösen kann, als es die Berrachtung vom Gegenstande her vermag. Was Reichenbach also seinen Lesern erzählt (Die Naturwissenschaften **11**, 31, 1923), wäre selbst dann falsch, wenn er die Axiomatisierung logisch und physikalisch richtiger durchgeführt hätte, als er es tut (vgl. den folgenden Abschnitt). Zwischen Axiomatisierung und gegenständlicher Betrachtung besteht kein Gegensatz; beides ist vom Gegenstande her restlos bestimmt.

2) H. Reichenbach, Relativitätstheorie und Erkenntnis apriori (1920); Bericht über eine Axiomatik der Einsteinschen Raum-Zeit-Lehre (diese Zeitschr. **22**, 683, 1921); Der gegenwärtige Stand der Relativitätsdiskussion (Logos **10**, 316, 1912). Reichenbach unterscheidet Axiome (prinzipiell empirische Behauptungen) und Definitionen (willkürliche Gedankenverbindungen). Es ist klar, daß nach unserem Sprachgebrauch seine Definitionen wenigstens teilweise unter unsere Axiome fallen.

3) R. Carnap, Der Raum (1922); Über die Aufgabe der Physik (Kantstudien **18**, 90, 1923).

1) M. Planck, Kausalgesetz und Willensfreiheit, S. 28, 1923.

bedingung der echten Naturwissenschaft die „metaphysische Hypothese der Existenz einer selbständigen, von uns völlig unabhängigen Außenwelt" sei. Ich will durchaus nicht übersehen, daß die Naturwissenschaft historisch stark von der Metaphysik beeinflußt worden ist. Ich will ebensowenig etwas gegen irgendeine metaphysische Lösung des Außenweltproblems sagen. Ich leugne aber, daß die Physik (und die Naturwissenschaft überhaupt) von einer solchen Lösung des Außenweltproblems, sei sie im Sinne einer der beiden Deutungen, sei sie im Planckschen oder einem sonstigen Sinne, abhängig sei.

Um das einzusehen, überlegen wir einmal kurz folgendes. Was ist es denn eigentlich, was diese metaphysischen Lösungen deuten wollen, was die eine so, die andere so erklärt? An welche Tatsachen, an welche Welt knüpfen denn eigentlich sie alle an, die Metaphysik treiben wollen? Müssen sie nicht notwendig alle von dem ausgehen, was jedem normalen Menschen gegeben ist, von dem Gegebenen? Oder ist das, was den Menschen gegeben ist, für den Realisten anders als für den Idealisten? Erwärmt der elektrische Strom für den einen den Draht, durch den er fließt, nach diesem, für den andern nach jenem Gesetze? Breitet sich die Strahlung für beide nach verschiedenen Gesetzen aus? Es gibt also doch etwas Gemeinsames, bei dem alle jene Lösungen beginnen, etwas, was eben deshalb neutral gegen diese Lösungen ist. Und dieses Etwas, dieses physisch Gegebene, ist die Welt, die der Physiker bearbeitet. Es ist die Natur, bevor sie metaphysisch getauft ist. Es ist durchaus keine Summe von Empfindungen, sondern eine Welt von Dingen und Vorgängen. Wir wollen das Weltbild, das die Physik von ihr entwirft, das phänomenologische Bild nennen. Es hat also mit Metaphysik schlechterdings nichts zu tun, es steht vor aller Metaphysik. An dieses Bild muß erst anknüpfen, wer metaphysisch denken will. Natürlich kann sich der Physiker nicht mit dem phänomenologischen Bilde des Vorwissenschaftlers begnügen, sondern er gestaltet es aus. Aber er bleibt dabei ganz innerhalb seines Bildes. Wenn er von Atomen, Elektronen usw. redet, so sind das für ihn Gegenstände seines phänomenologischen Bildes. Und was von solchen Theorien Tatsachen der Erfahrung deutet, muß in den Momenten, die diese Deutung liefern, so wie es aufgestellt wurde oder in äquivalenter Form der phänomenologischen Wirklichkeit angehören. Es bleibt dabei metaphysisch ganz neutral und nimmt teil an der metaphysischen Deutung des phänomenologischen Bildes[1]).

Man sieht, wie Physik und Philosophie reinlich geschieden sind. Die Physik ist eine durchaus autonome Wissenschaft. Es gibt kein philosophisches Problem, das erst gelöst sein müßte, damit ein physikalisches Problem gelöst werden kann.

Das wären im wesentlichen die Bedenken, die alle solche Deutungen ablehnen lassen. Im einzelnen ist zu den verschiedenen Deutungen noch Verschiedenes zu bemerken. Wie die erste Deutung auf einer groben Verwechslung beruht und deshalb physikalisch falsch ist, selbst wenn ihre philosophische Grundlage zuträfe, zeige ich an anderer Stelle[1]). Was die zweite Deutung angeht, so muß der Physiker sich fragen: Wenn der Theoretiker wirklich jedes beliebige Axiomensystem wählen kann, wenn alle denkbaren Axiomensysteme ganz gleichwertig sind, wozu brauchen wir dann noch eine experimentelle Physik? Ja im Grunde wäre auch die theoretische Physik dann sinnlos. Denn welchen Sinn könnte es haben, ein paar beliebige Axiome aufzustellen und sie durch Zuordnungskniffe mit den Wahrnehmungen in Übereinstimmung zu bringen? Wir wissen ja im voraus, daß das bei allen geht; also brauchen wir es bei keinem zu tun. Diese ungeheuerliche Konsequenz zeigt, was doch Unglaubliches am grünen Philosophentisch ausgemacht werden kann.

V.

Neben der scheinbaren Willkür gibt es im physikalischen Axiomensystem auch eine echte Willkür. Sie kann sich aber nach dem Vorhergehenden nur auf Formales beziehen und besteht darin, daß man denselben Gegenstand mit verschiedenen Beschreibungsmitteln beschreiben kann. Diese Aussage hat einen mehrfachen Sinn. Sie bedeutet z. B., daß es in meinem Belieben steht, ob ich eine Gleichung vektoriell oder in Koordinaten schreibe. Ein zweiter Sinn wäre, daß man einen empirischen Gegenstand, z. B. eine empirische Kurve, durch verschiedene mathematische Kurven gleich gut darstellen kann. Möglicherweise sind auch der physische Raum und die physische Zeit von der Art, daß sie durch verschiedene mathematische Modelle gleich gut dargestellt werden können, also nicht deshalb, weil wir ihre genaue Struktur noch nicht kennen und die Messung noch nicht verfeinert genug ist, um eine Entscheidung zu liefern, sondern weil die Struktur von Raum und Zeit

1) Genaueres über den phänomenologischen, d. h. nichtmetaphysischen Charakter der Naturwissenschaft im ersten Kapitel des ersten Abschnittes meines Buches „Die philosophischen Probleme der Einsteinschen Relativitätstheorie" (1922).

1) In der Arbeit „Die Relativitätstheorie und die Struktur der physikalischen Erkenntnis", die demnächst in den „Annalen der Philosophie" erscheinen wird.

derart unbestimmt ist, daß verschiedene Modelle passen, genau so, wie ich eine gezeichnete Kurve unter Umständen ebensogut als Stück einer Hyperbel wie als Stück einer transzendenten Kurve ansehen kann.

VI.

Nach welchen Grundsätzen müssen die physikalischen Axiome gewählt werden, soweit überhaupt eine Wahl möglich ist?

Selbstverständlich sind die Grundsätze der Widerspruchslosigkeit und der Vollständigkeit des Axiomensystems. Einiger Worte bedarf der Grundsatz der Einfachheit. Er bezieht sich nach unseren Darlegungen implizite auf die Naturwirklichkeit. Er stellt selber ein mittelbares Axiom dar, dessen Richtigkeit an der Gestalt, die er anderen Axiomen gibt, indirekt erprobt wird. Im übrigen brauche ich wohl nicht auszuführen, wie gerade in diese Wahl alle jene Dinge hineinspielen, die sich nicht in Vorschriften und Regeln fassen lassen, vor allem der Instinkt und das Genie des Forschers.

VII.

Gibt es in der Physik nicht auch unmittelbar einsichtige Sätze wie in der Mathematik?

Es gibt sie auch hier, nur sind sie keine Axiome. Was ist denn für den Physiker die allererste Erkenntnis, mit der alle andere anfängt? Doch offenbar dies, daß er Unterschiede bemerkt: Unterschiede von Rot und Blau, Groß und Klein, Warm und Kalt usw. Es ist ganz klar, daß er ohne die Erkenntnis solcher Unterschiede gar nicht arbeiten könnte. Am Anfange der Physik steht also das Schauen von Relationen.

Warum können nun die Aussagen über solche Relationen in der Physik nicht als Axiome dienen? Der Mathematiker kennt keine Theorien im Sinne der Physik. Er baut Systeme, und seine eigentlichen Axiome, die ja auch einfachste Relationen ausdrücken, sind immerhin so allgemein, daß sie ihm den Systembau ermöglichen. Der Physiker aber bedarf für seine Theorien notwendig viel allgemeinerer Aussagen, als es die über jene einfachen Relationen sind, mit deren Schauen er beginnt. So wirkt sich in der Mathematik mehr der Gegensatz der einfachen und komplizierten Relationen, in der Physik mehr der Gegensatz der speziellen und allgemeinen Relationen aus.

VIII.

Ich fasse zusammen, indem ich zugleich noch eine neue Terminologie einführe.

Beide Wissenschaften, die Mathematik so gut wie die Physik, stehen Wirklichkeiten gegenüber, die sie verstehen sollen, natürlich Wirklichkeiten total verschiedener Art. Beide Wissenschaften können die einfachen Relationen ihrer Gegenstandsgebiete geistig unmittelbar erfassen. Aber nur für die Mathematik eignen sich die Aussagen über diese Relationen als Axiome wenigstens eines Teiles. Die Mathematik muß in anderen Teilen, die Physik muß überhaupt ihre Axiome als direkt unerweisbare, nicht unmittelbar einsichtige Sätze aufstellen.

Ich nenne nun Teilaxiome solche, die nur einen Ausschnitt des Gegenstandsgebietes einer Wissenschaft mit erfassen helfen, Ganzaxiome solche, die auf das ganze Gegenstandsgebiet gehen. Was man bisher an mathematischen Axiomen kennt, sind ausschließlich Teilaxiome, und die verschiedenen mathematischen Axiomensysteme sind Teilaxiomensysteme. Ein Ganzaxiomensystem der Mathematik gibt es bisher noch nicht; die neuesten Forschungen Hilberts suchen es zu erreichen. In den Diskussionen der letzten Jahre über die physikalischen Axiome handelte es sich fast stets um Ganzaxiomensysteme. Ein Ganzaxiomensystem im Sinne der alten Physik wäre etwa folgendes: die euklidische Metrik, die Newtonschen Bewegungssätze, das Newtonsche Gravitationsgesetz, die Maxwellsche Elektrodynamik. Ein Ganzaxiomensystem im Sinne der neueren Physik stellen die beiden Hilbertschen Axiome dar: 1. Das Gesetz des physikalischen Geschehens ist durch eine gewisse Weltfunktion bestimmt und 2. ist diese Weltfunktion eine Invariante gegenüber beliebigen Transformationen der Weltparameter. Dazu kämen in beiden Fällen noch die allgemeinsten Axiome. Das erstgenannte physikalische Axiomensystem ist offenbar nichts weiter als die Summe von Teilaxiomensystemen und enthält sogar eine Aussage, die wir nach den Überlegungen zu Anfang ausscheiden müssen. Man sieht ohne weiteres bei diesem Vergleich, wie wenig Wert die frühere Physik auf das bewußte Herausarbeiten eines einheitlichen Axiomensystems gelegt hat. Physikalische Teilaxiomensysteme sind beispielsweise die Newtonschen Bewegungssätze oder die Maxwellschen elektrodynamischen Gesetze. In den neueren Diskussionen wurden nun fast immer die mathematischen Teilaxiomensysteme mit den physikalischen Ganzaxiomensystemen verglichen. Wir wissen jetzt, wie falsch das ist. Die ersteren sind gleichberechtigt, weil jedes von ihnen einen anderen Ausschnitt des zugehörigen Gegenstandsgebietes erfaßt. Die letzteren sind nicht gleichberechtigt, weil sie alle dieselbe Wirklichkeit erfassen wollen. Daß es in der Mathematik das Abtasten der Wirklichkeit mit Hilfe der uneigentlichen Axiome nicht in so ausgeprägter

Weise gibt wie in der Physik, liegt in dem verschiedenen Typus der Gegenstände der beiden Wirklichkeiten begründet; der mathematische Gegenstandstyp gestattet absolute Sicherheit der Schlüsse[1]) und bedarf deshalb durchschnittlich nur eines einmaligen Abtastversuchs.

Damit ist wohl der Sinn der physikalischen Axiomatik klar. Wenn ich den allgemeinen Grundgedanken noch einmal betonen darf, so ist es dieser: Der Physiker steht, ob er experimentiert oder theoretisch arbeitet, einer von ihm ganz unabhängigen Natur gegenüber, die er über ihre Struktur auf mannigfache Weise befragen kann und die ihn letzten Endes zwingt, seine Axiome so oder so zu gestalten.

Bonn (Universität), 23. September 1923.

Diskussion.

Herr Emersleben: Wenn Sie „euklidisch" einen durch Gültigkeit des Parallelenaxioms gekennzeichneten Bereich nennen: Wieso ist dann die Aussage „Innerhalb des euklidischen Bereiches gilt das Parallelenaxiom" ein Axiom, wie Sie sagten, und nicht eine unmittelbare Folge der Definition?

Herr Müller: Die Schwierigkeit, die Sie finden, hängt nur an Ihrer Auffassung des Begriffes „Definition" und seiner Bedeutung für die Umschreibung eines Gegenstandsgebietes. Ich verweise der Kürze der Zeit wegen auf die Publikation[2]).

1) Über den mathematischen Gegenstandstyp vgl. meine Schrift „Der Gegenstand der Mathematik mit besonderer Beziehung auf die Relativitätstheorie" (1922).

2) Anm. bei der Korrektur: Vgl. die erste Anmerkung und die verstreuten Stellen über die mathematischen Gegenstände.

J. Franck (Göttingen), Über sensibilisierte Fluoreszenz von Gasen.

Da der Hauptinhalt des Vortrages inzwischen ausführlich unter dem gleichen Titel in einer Arbeit von G. Cario und J. Franck in der Zeitschrift für Physik erschienen ist und einige Erweiterungen in demnächst erscheinenden Göttinger Dissertationen gebracht werden sollen, so genügt hier, dem Wunsche der Redaktion dieser Zeitschrift folgend, ein kurzer Auszug.

Wir verstehen unter sensibilisierter Fluoreszenz von Gasen einen Vorgang, der sich in Mischungen zweier Gase beobachten läßt, wenn man das Gasgemisch mit einer Lichtsorte bestrahlt, die von einer der beiden Komponenten des Gases absorbiert wird. Bei passender Wahl der Versuchsbedingungen wird die aufgenommene Strahlungsenergie beim gaskinetischen Zusammenstoß von der ersten angeregten Atomsorte auf die zweite Atomart des Gasgemisches übertragen, so daß neben der Fluoreszenz des ersten Gases auch Fluoreszenzlicht des zweiten Gases beobachtet wird. Vorbedingung dafür ist, daß die Anregungsenergie des ersten Gases, d. h. der Betrag $h\nu$ des Lichtes, das absorbiert wird, groß genug ist, um Quantensprünge im zweiten Gase anzuregen. Bei niederer Temperatur beobachtet man dann alle die Spektrallinien des zweiten Gases, die eine Anregungsenergie besitzen, die kleiner ist, als das vom ersten Gase aufgenommene Quant. Solche Versuche sind bisher durchgeführt worden, indem Gemische von Quecksilberdampf mit Thallium, Silber, Blei, Wismut, Indium, Kadmium mit Licht der Hg-Linie 2536,7 Å bestrahlt wurden. Soweit die Serienordnung dieser Elemente bekannt war, ergab sich, daß alle nach Obigem zu erwartenden Linien auftraten. Dort, wo das Serienschema nicht bekannt war, wie beim Wismut, ermöglicht die Untersuchung Aussagen über die Anregungsenergie einiger Terme und somit über das Serienschema des betreffenden Elements.

Wenn die Temperatur des Gasgemisches so hoch gewählt wird, daß die Translationsenergie der zusammenstoßenden Atome nicht zu vernachlässigen ist neben der von der einen Atomsorte durch Absorption des eingestrahlten Lichtes aufgenommenen Quantenenergie, so läßt sich nachweisen, daß die Summe der relativen Translationsenergie beim Zusammenstoß und der absorbierten Quantenenergie als gemeinschaftlicher Energievorrat verwandt werden kann, um höhere Anregungsstufen eines der beiden Atome zu erreichen. In diesem Falle treten also Spektrallinien auf, die zu ihrer Anregung eine größere Energie bedürfen, als das $h\nu$ des eingestrahlten und von der einen Atomsorte absorbierten Lichtes. Ist umgekehrt das Quant des eingestrahlten Lichtes wesentlich größer, als die Energie, die zur Erreichung eines bestimmten Quantenzustandes des Atoms, auf das die Energie beim Zusammenstoß hinüberwandert, benötigt wird, so wird, wie es nach den thermodynamischen Überlegungen von Klein und Rosseland zu erwarten ist, der Überschuß an Energie verteilt auf die Translationsenergie der beiden zusammenstoßenden Atome. Dieser Vorgang läßt sich experimentell nachweisen durch den Dopplereffekt der Strahlung der auf diese Weise angeregten Atome. Eine so entstandene Dopplerverbreiterung wurde beobachtet bei der Fluoreszenzanregung des Natriums.

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß vor und nach dem Zusammenstoß angeregter Atome und normaler Atome definierte Quantenzustände herrschen. Beim Zusammenstoß kann die ge-

samte zur Verfügung stehende Energie der Atome sich durch strahlungslose Übergänge anders verteilen. Dabei freiwerdende oder aufzubringende Restbeträge an Energie treten als Translationsenergie in Erscheinung oder werden aus ihr entnommen.

BESPRECHUNGEN.

A. Prey, C. Mainka, E. Tams, Einführung in die Geophysik. gr. 8°. 340 S. m. 82 Textabbildungen. 1. Auflage. Berlin, Julius Springer. 1923. Gz. M. 12.—, geb. M. 13.—.

Seit der schon älteren kosmischen Physik von Arrhenius (1903) sind an geophysikalischen Lehrbüchern noch erschienen nur „Die Physik der Erde" von Rutzki (1911) und „Das Lehrbuch der kosmischen Physik" von Trabert (1911). Die vielfache Bereicherung unseres geophysikalischen Wissens in der Zwischenzeit ist in der hier zu besprechenden „Einführung" für die behandelten Gebiete in umfassender Weise dargestellt. Der Titel des Buches ist allgemeiner, als dem Inhalt entspricht. Erdmagnetismus, Luft- und Erdelektrizität, Physik der Atmosphäre und Meeresströmungen sind nicht behandelt.

Das Buch zerfällt in drei Teile, von denen der I. geodätische Teil eine eingehende mathematische Behandlung erfährt. Im II. Teil: Seismik, erhält das Wesentliche in der Theorie der Instrumente und Methoden gleichfalls eine mathematische Einkleidung; im III. mehr geologisch-tektonischen Teil ist eine physikalisch-mathematische Behandlung nur ganz ausnahmsweise benutzt. Sie ist auch hier zu erstreben, wenn naturgemäß auch nur selten möglich; ist sie von anderen Autoren jedoch in einzelnen Fragen schon mit Erfolg verwendet.

I. Anwendung der Methoden der Erdmessung auf geophysikalische Probleme. Von Prof. Dr. A. Prey. S. 1—190. Der Verfasser behandelt in sehr übersichtlicher Weise die Bestimmung des Geoids aus Triangulierung (Kap. I) und aus Schweremessungen (Kap. II). Zunächst wird die Technik der geodätischen Messungen dargestellt, dann die Theorie der Methode und schließlich das Ziel: Die Trennung der systematischen (Lotabweichungen) und unregelmäßigen Differenzen (Lotstörungen) zwischen geodätischen und astronomischen Ortsbestimmungen, woraus sich durch Ausgleichrechnung das günstigste Referenzellipsoid nach Größe, Form und Lage ergibt. Darauf wird dann das Geoid punktweise bezogen. Im II. Kap. Schweremessungen werden die mathematsichen Grundlagen in breiter Weise behandelt (Laplacesche, Poissonsche Gleichung, Satz von Gauß, von Green). Ausführlich wird dann die mathematische Theorie der Instrumente und Meßmethoden (Reversionspendel, Siedethermometer, Eötvössche Drehwage) dargestellt, und schließlich das Clairautsche Theorem und die Ergebnisse der Schwermessungen diskutiert. Die Bestimmung der Seehöhe durch geometrisches, durch trigonometrisches Nivellement und durch barometrische Höhenmessung bilden das III. Kapitel. Ein weiter Raum wird im IV. Kapitel der Darstellung der Gezeiten eingeräumt. Das Flutpotential wird entwickelt, sodann ausführlich die Gleichgewichtstheorie, die dynamische Theorie von Laplace und Airys Kanaltheorie.

(S. 94, Zeile 18 von unten: statt Hauptmondtide S_2 muß es heißen Hauptsonnentide S_2.)

Verhältnismäßig kurz ist dagegen die für die Praxis der Flutvorhersage so sehr viel wichtigere harmonische Analyse der Gezeiten behandelt.

In einem Schlußkapitel V die Konstitution der Erde wird der Begriff der Isostasie und Tiefe der Ausgleichfläche entwickelt. Die letzten, jetzt schwer zugängigen Arbeiten der Coast and geodatic Survey der U. S. A. sind noch nicht dabei berücksichtigt. Sodann wurde die Dichteänderung im Erdinnern, Abplattung und Festigkeit der Erde untersucht; die Aufschlüsse, die sich hierfür aus den verschiedenen Beobachtungsgebieten, aus den Polhöhenschwankungen, aus den Flutkräften und aus den seismischen Bewegungen ergeben, werden gegenübergestellt.

II. Erbebenwellen von Prof. C. Mainka. S. 191—232. Im I. Kapitel, Seismische Instrumentenkunde, dem Spezialgebiet des Verfassers, wird Prinzip und Wirkungsweise verschiedener Seismographentypen an schematischen Skizzen und instruktiven Tabellen verdeutlicht. II. Kapitel. Seismometrie und Seismophysik gibt eine gute Übersicht über die Beobachtungsergebnisse und ihre Deutung. Zunächst wird die Laufzeitkurve für Fernbeben (leider nur bis 13000 km Herddistanz) und für Nahbeben besprochen. Der Energenzwinkel und die Reflexionen longitudinaler und transversaler Wellen werden erörtert; sodann die Methoden der Bestimmung der Herdlage und Herdtiefe. Das indirekte, zeichnerische Verfahren (nach Wiechert), den Weg der Erdbebenstrahlen im Erdinnern zu ermitteln, ist wiedergegeben. Das direkte rechnerische Herglotz-Wiechertsche nur erwähnt. Sodann folgen Angaben über die Beschaffenheit des Erdinnern, wie es sich aus seismischen Beobachtungen ergibt. Die theoretische Darstellung ist, wie wohl der Raummangel verlangt hat, gedrängt. Viele Einzelheiten über die historische Entwicklung unserer Kenntnis seismischer Erscheinungen geben mit der reichlichen Literaturangabe einen guten Wegweiser für das Studium spezieller Fragen.

Die Schwierigkeit, die für die Erklärung mancher Einzelheiten noch besteht, z. B. für die Hauptphase bei Nah- und Fernbeben, für die Nachläufer, die Dicke der obersten Kruste hätte wohl stärker hervorgehoben und die einschlägigen Arbeiten von Lamb Love und E. Meißner dazu herangezogen werden können, damit auch Fernerstehende auf die vorhandenen Unsicherheiten und ungelösten Probleme aufmerksam werden. Ein paar geeignet ausgewählte Originalkopien von Beben verschiedener Herddistanz einschließlich der Hauptwellen würden bei einer Neuauflage, trotz der dadurch verursachten Verteuerung doch sehr erwünscht sein.

III. Die endogen-dynamischen Vorgänge der Erde. Von Prof. E. Tams. S. 233—328. Diese eingehende Darstellung des Grenzgebietes zwischen Geophysik, Geologie und Tektonik ist sehr willkommen. Manche Begriffe, die uns schon vorher im I. und II. Teil begegnet sind und dort eine mathematisch-physikalische Behandlung fanden, sind hier von einem mehr geologisch-tektonischen Stand-

punkt aus betrachtet, so die Schwereanomalie, Isostasie, Kompensationstiefe, Erdbeben. Insofern bildet dieser Teil eine sehr erwünschte Ergänzung zu den beiden ersten Teilen. In Kapitel I und II wird das Grundgerüst der Erdrinde beschrieben, die auffällige und sehr bedeutsame Gliederung in Kontinental- und Tiefseetafel, woran sich die Erörterung der Entstehung der Ozeane und Kontinente und der allgemeinen isostatischen Lagerung der Massen anschließt. Weiter werden die Ursachen der Krustenbewegung besprochen, die Entstehung der Vortiefen, die Theorie der Schrumpfung und der Kontinentalverschiebung. Das orogenetische Zeitgesetz hätte dabei wohl erwähnt werden können. In zwei weiteren Kapiteln werden die makroskopischen Beobachtungen an Vulkanen und Erdbeben, ihre Häufigkeit, Verbreitung und Ursache mitgeteilt und je zwei große Vulkanausbrüche (Mt Pelée 1902/1903, Vesuv 1906) und Erbeben (S. Francisco 1906, Kalabrien 1908) eingehend beschrieben. Den Schluß bildet ein Kapitel V über die säkulare Verschiebung der Grenze zwischen Meer und Land.

Das Buch wendet sich in erster Linie an physikalisch vorgebildete Leser und setzt mathematische Schulung voraus. Der Physiker wird mancherlei Anregung finden und dadurch hoffentlich zur Mitarbeit an den Problemen der Geophysik ermuntert. Es ist natürlich, wie auch im Vorwort hervorgehoben ist, nicht möglich gewesen, bei einem so weit verzweigten Gebiet allen Spezialuntersuchungen gerecht zu werden.

Es wird besonders für den Geophysiker immer schwieriger, die ausländische Fachliteratur zu beschaffen, die ja ebenso wie in Deutschland in den verschiedensten Zeitschriften und Berichten zerstreut ist. Leicht bleiben darum manche ausländische Arbeiten unberücksichtigt. Mit dieser Schwierigkeit wird aber jedes neue Buch zu kämpfen haben. G. Angenheister.

Moedebecks Taschenbuch für Flugtechniker und Luftschiffer, bearbeitet und herausgegeben von R. Süring und K. Wegener unter Mitwirkung von H. Bader, K. Bassus, A. Berson, A. Betz, W. Bleistein, K. Breithaupt, W. Dörr, R. Emden, E. Everling, E. Ewald, R. Hugershoff, W. Klemperer, O. Nairz, O. Schwager, A. Stelling, A. Wedemeyer, A. Wegener, A. R. Weyl, C. Wieselsberger. Vierte, neu bearbeitete Auflage. 8°. XVI, 920 S. m. 326 Abbildungen. Berlin, M. Krayn. 1923. Gz. geb. M. 10. —

Die zwölf Jahre, die seit dem Erscheinen der letzten Auflage von Moedebecks Taschenbuch verstrichen sind (vgl. die Besprechung in dieser Zeitschr. **13**, 575, 1912), sind für die Fortentwicklung der Luftfahrt von überragender Bedeutung gewesen. So kann es nicht wundernehmen, wenn auch das Taschenbuch zum großen Teil völlig neu gestaltet werden mußte. Es ist ein entschiedenes Verdienst der Herausgeber, daß sie diesem Umstand durch Gewinnung eines stattlichen Stabes von Mitarbeitern aus den verschiedenen einschlägigen Gebieten Rechnung getragen haben. Fast alle Gebiete der Luftfahrt haben eine zum Teil erschöpfende, zum Teil wenigstens einführende vorzügliche Behandlung erfahren. Die Namen der einzelnen Abschnitte mögen einen Überblick über den reichen Inhalt geben: Die physikalischen Eigenschaften der Gase; die Physik der Atmosphäre; praktische Wetterkunde; Aerologie, Aerodynamik; Photographie und Photogrammetrie; Grundlagen der Navigation für Luftfahrzeuge; Ortsbestimmungen; Motoren und Luftschrauben; Mechanik des Flugzeuges; Flugzeugbau; die Führung des Flugzeuges; der motorlose Flug; Luftschiffbau; die Führung des Luftschiffes; der Kugelballon; Tabellen. Vom Standpunkt der Physik aus sei als besonders interessant auf die Bearbeitung der Aerodynamik durch Wieselsberger und Betz hingewiesen. Man findet hier aus berufener Hand eine Zusammenstellung alles dessen, was in der theoretischen und experimentellen Aerodynamik der letzten fünfzehn Jahre Neues geschaffen wurde. Dies verdient auch die Anteilnahme des nicht speziell flugtechnisch orientierten Physikers, da ein großer Teil der hier gewonnenen Erkenntnisse auch für die reine Hydrodynamik von wesentlicher Bedeutung ist. Außer diesem Teil wird den Physiker noch die „Mechanik des Flugzeuges" von Everling besonders interessieren, auch als Quelle einer Reihe schöner zeitgemäßer Anwendungen der mechanischen Gesetze für die allgemeinen physikalischen Vorlesungen. L. Schiller.

R. Schwarz, Feuerfeste und hochfeuerfeste Stoffe. (Sammlung Vieweg, Nr. 43.) 2. vermehrte Auflage. gr. 8°. VI u. 52 S. Braunschweig, Friedr. Vieweg & Sohn A.-G. 1922. Gz. M. 2.—.

Die Neuauflage (s. Besprechung der 1. Auflage diese Zeitschrift **20**, 311, 1919) ist durch einen Abschnitt über den Graphit erweitert und auf Grund neuer Originalabhandlungen auf dem Gebiet der Keramik ergänzt worden. Das Heft wird auch weiterhin als kurze, knappe Einführung in das Gebiet der feuerfesten und hochfeuerfesten Stoffe von großem Wert bleiben. G. Cario.

Personalien.

(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Jena Dr. Heinz Prüfer für Mathematik.

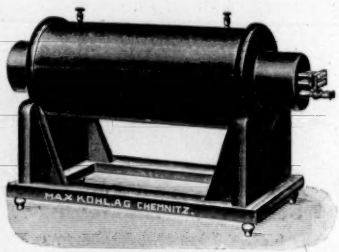
Ernannt: Der a. o. Professor an der Technischen Hochschule Aachen Dipl.-Ing. Dr. Peter Lipp zum ord. Professor der organischen Chemie ebenda.

Nobelpreise: Für Chemie dem ord. Professor der angewandten medizinischen Chemie an der Universität Graz Dr. Fritz Pregl, für Physik dem ord. Professor der Physik an der Universität Pasadena Dr. Robert Andrews Millikan.

Gestorben: Der wissenschaftliche Mitarbeiter der optischen Fabrik C. P. Goerz in Berlin Geh. Regierungsrat Dr. Alexander Gleichen.

Für die Schriftleitung verantwortlich Dr. Hans Küstner in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

Max Kohl A.G. Chemnitz



62582. Funkeninduktor mit Sekundärwicklung von geringem Widerstand, für Wehnelt-Unterbrecher, 400 mm Funkenlänge.

Physikalische Apparate

Funken-Induktoren

Ölluftpumpen

Experimentier-Schalttafeln

Projektions-Apparate

Laboratorienmöbel

in gediegener Ausführung.

Weltausstellung Brüssel: 4 Grosse Preise; Turin: 2 Grosse Preise; Dresden: Grosser Preis.

VERLAG VON S. HIRZEL IN LEIPZIG

Lehrbuch der chemischen Technologie und Metallurgie

Zweite, neubearbeitete und erweiterte Auflage unter Mitwirkung hervorragender Fachleute herausgegeben von

Dr. Bernhard Neumann

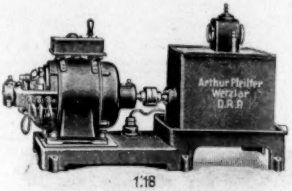
Mit 454 Abb. im Text u. 7 Tafeln (X u. 1015 S. mit Reg.) Lex. 8°. 1923. Geh. Grdz. 14.—, Schw. Fr. 17.50, Gzlbd. Grdz. 20.—, Schw. Fr. 25.—

Das Gebiet der chemischen Technologie ist allmählich so umfangreich geworden, daß es kein Technologe mehr ganz beherrschen kann. Um die Unvollständigkeit der bisherigen Fachwerke zu vermeiden, ist das vorliegende Buch daher als erstes von einer Reihe von Fachleuten bearbeitet worden, die auf den von ihnen bearbeiteten Gebieten vollkommen unterrichtet sind. Die durch den Krieg verursachten Änderungen der technischen und wirtschaftlichen Verhältnisse der chemischen Industrie wurden in der neuen Auflage berücksichtigt.

Pfeiffer's

Haupt-Erzeugnisse

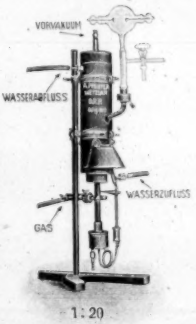
Liste E einfordern



1:18

Rotierende Öl-Luftpumpe D.R.P.

Quecksilber-Dampfstrahlpumpe
D. R. P. angem. ganz aus Stahl



1:20

Hochvakuum-Pumpen, Vakua bis $^1/_{1\,000\,000}$ mm Hg.
Saugleistung bis 50 cbm per Stunde
Photometer aller Systeme
Öl-Prüfapparate, Schnellviskosimeter usw.
Funken-Induktoren bis 1000 mm Funkenlänge
Doppel-Pendelgleichrichter
Oscillographen

Arthur Pfeiffer
Wetzlar

Neue Hochvakuum-Diffusions-Pumpe aus Metall

nach Prof. Gaede

D. R. P. und Auslandspatente angemeldet

$^1/_{10}$ nat. Gr.

Saugleistung: 15 Liter per Sek.
Vorvakuum: 20 mm
„Vergl. Zeitschrift für Technische Physik, Jahrg. 1923, Nr. 10"

Alleinige Hersteller

E. Leybold's Nachfolger A.-G.
Köln a/Rhein, Brüderstr. 7

Sonderliste auf Wunsch

Für den Anzeigenteil verantwortlich S. Hirzel in Leipzig. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.